Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Функції

Автор: Негода Сергій Петрович

Функції. Властивості функцій

Числовою функцією називається залежність, при якій кожному числу x із деякої множини A однозначно ставиться у відповідність число y із множини B.

Цю функціональну залежність записують $y = f(x)$, де:

· ***x*** — аргумент (незалежна змінна);

· ***y*** — значення функції (залежна змінна);

· ***множина A*** — область визначення функції; позначається великою латинською буквою *D;*

· ***множина B*** — область значень функції; позначається великою латинською буквою ***E.***

Графіком функції називається множина всіх точок площини з координатами x; y, де x — усі точки області визначення функції, а y — значення заданої функції в цих точках.

Основні способи задавання функції

· ***аналітичний*** — математичною формулою, аналітичним виразом;

· ***графічний*** — представляється графіком функції;

· ***табличний*** — представляється рядами значень незалежної й залежної змінних;

· ***словесним описом*** — словесно описується залежність між змінними.

Функція $f(x)$ називається***монотонно зростаючою*** на деякій множині, якщо для всіх x_1 і x_2 з цієї множини, таких, що $x_1 < x_2$випливає, що $f(x_1) <$

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

$f(x_2)$.

Якщо при цій же умові $f(x_1) \leq f(x_2)$, то функція ***неспадна***.

Функція $f(x)$ називається***монотонно спадною*** на деякій множині, якщо для всіх x_1 і x_2 з цієї множини таких, що $x_1 < x_2$ випливає, що $f(x_1) > f(x_2)$.

Якщо при цій же умові $f(x_1) \geq f(x_2)$, то функція ***незростаюча***.

Функція $f(x)$, визначена на множині A, симетричній відносно осі ординат, називається ***парною***, якщо $f(-x) = f(x)$ для всіх x із цієї множини.

Графік парної функції симетричний відносно осі ***ординат***.

Функція $f(x)$, визначена на множині A, симетричній відносно осі ординат, називається ***непарною***, якщо $f(-x) = -f(x)$ для всіх x із цієї множини.

Графік непарної функції симетричний відносно початку координат.

Функція $f(x)$, визначена на всій числовій прямій, називається ***періодичною***, якщо існує таке ненульове число T, що $f(x + T) = f(x)$ для всіх дійсних чисел. Число T називається періодом функції.

Перетворення графіків функцій

Якщо задано графік функції $y = f(x)$, то за допомогою елементарних перетворень із нього можна отримати графіки таких функцій:

1. $y = kF(x)$, де k — додатне число (на k помножається функція).

Якщо $k > 1$, то розтягніть графік основної функції від осі абсцис у k разів.

Якщо $k < 1$, то стисніть графік основної функції до осі абсцис у kразів.

2. $y = f(kx)$, де k — додатне число (на k помножається аргумент).

Якщо $k > 1$, то стисніть графік основної функції до осі ординат у k разів.

Якщо $k < 1$, то розтягніть графік основної функції від осі ординат уk разів.

3. $y = -f(x)$.

Відобразіть графік основної функції симетрично відносно осі абсцис.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

4. $y = f(-x)$.

Відобразіть графік основної функції симетрично відносно осі ординат.

5. $y = f(x) + b$.

Якщо $b > 0$, то треба виконати паралельне перенесення графіка основної функції вздовж осі ординат на b одиниць угору.

Якщо $b < 0$, то треба виконати паралельне перенесення графіка основної функції вздовж осі ординат на b одиниць вниз.

6. $y = f(x + A)$.

Якщо A додатне, то треба виконати паралельне перенесення графіка основної функції вздовж осі абсцис на A одиниць вліво.

Якщо A від'ємне, то треба виконати паралельне перенесення графіка основної функції вздовж осі абсцис на A одиниць вправо.

7. $y = |f(x)|$.

Треба відобразити частину графіка основної функції, що лежить нижче від осі абсцис, симетрично відносно цієї осі у верхню півплощину, а частину графіка, що лежить вище осі абсцис, залишити без змін.

8. $y = f(|x|)$.

Треба відобразити частину графіка основної функції, що лежить праворуч від осі ординат, симетрично відносно цієї осі в ліву півплощину, а частину графіка, що лежить праворуч від осі абсцис, залишити без змін.

Квадратний тричлен, його корені. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники

У шкільній математиці ми часто маємо справу з многочленом, який називається *квадратним тричленом*.

Квадратний тричлен (***тричлен другого степеня***) — це вираз виду $\boldsymbol{ax^2 + bx + c}$, де a, b, c — дійсні числа, причому $a \neq 0$, а x — незалежна змінна.

Корінь квадратного тричлена — це значення x, при якому значення квадратного тричлена дорівнює нулю.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Дискримінантом квадратного тричлена називається дискримінант відповідного йому квадратного рівняння. Для квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$, дискримінант $D = b^2 - 4ac$.

Часто виникає необхідність розкласти квадратний тричлен на лінійні множники.

Якщо квадратний тричлен має розв'язки, то його можна розкласти на множники за формулою $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, де x_1 і x_2 — корені тричлена.

Необхідність у розкладанні на лінійні множники квадратного тричлена виникає, наприклад, коли треба скоротити дробово-раціональний вираз, чисельник або знаменник якого містить квадратний тричлен.

Також розкладання на множники може виконуватися при розв'язанні квадратичних нерівностей методом інтервалів.

Треба зауважити, що не кожен квадратний тричлен можна розкласти на лінійні множники. Якщо дискримінант квадратного тричлена набуває від'ємного значення, то квадратний тричлен не має коренів, тому його не можна розкласти на лінійні множники.

Виділення квадрата двочлена з квадратного тричлена

Іноді виникає необхідність перетворити квадратний тричлен таким чином, щоб виділити в ньому повний квадрат двочлена.

Дробово-раціональні рівняння

Необхідні і достатні умови при розв'язуванні задач

При розв'язуванні задач умови, необхідні і достатні, іноді мають інший суть, ніж в доведені теорем, і ними користуються здебільшого при дослідженнях розв'язків і відповідей.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Наприклад.

1.Задача. При яких значеннях дріб $(a^2+a-2):(2+a)=0$?

Розв'язання. Відомо, що для того, щоб дріб був рівний нулю потрібно, щоб чисельник дробу був рівний нулю, а знаменник при тій же умові не дорівнював нулю.

Використовуючи необхідність ознаки, ми можемо записати:

Якщо $(a^2+a-2):(2+a)=0$, то $a^2+a-2=0$ і $2+a$- не дорівнює нулю; з цього виходить, що $a=1$.

Але так як умова достатньо, тобто, якщо $a^2+a-2=0$ і $a+2$-не дорівнює нулю, то як висновок, якщо $a = 1$, то даний дріб рівний нулю.

Задача. Яким умовам має задовольняти число m, щоб тричлен

$$y = x^2 - 2(4m-1)x+15m^2-2m-7$$

був додатним при будь-яких значеннях *x*?

Розв'язання. Відомо , для того, щоб тричлен був додатнім при будь-яких значеннях аргумента *x* (при додатному коефіцієнті при x^2), потрібно щоб дискримінант трьохчлена був від'ємним.

Використовуючи потрібність даного признака, можна написати, що

$$D= (4m- 1)^2 - (15m^2 - 2m-7) < 0$$

або

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

$$m^2 - 6m + 8 < 0$$

і *m* повинно бути між коренями тричлена

$$m^2 - 6m + 8,$$

тобто

$$2 < m < 4,$$

які знаходяться з рішення рівняння

$$m^2 - 6m + 8 = 0.$$

Але так як ця умова виявляється достатньою, щоб при цих значеннях *m* дискримінант тричлена, який містить x,був від'ємним, то нерівності 2 < m < 4 являється достатнім, щоб даний тричлен був додатнім при будь-яких значеннях *x*.

БАНК ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

РОЗВ'ЯЗАТИ ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Рівень А

1. $x^{-1} = 1$; $1/y = 3$; $1:n = 4n:25$; $6k^{-1} = 9/5$; $6/(7m) = 3m/5$;

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

2. $5/(y+2) = 5$; $4:(4 - x) = 3/8$; $2(5 - z)^{-1} = 7/2$; $1,5n/(2 - n) = 0,15$;

3. $0,5x^{-1} = 0$; $0,3b^{-2} = -1,2$; $-x^{-3} = 0,125$;

4. $0,6m^4 : m^2 = -0,216$; $0,2n : n^2 = -0,2$; $0,4 : m^3 = 0,064$;

5. $4x^{-1} = -1$; $0,04y^{-2} = 0,25$; $-64z^{-3} = -0,027$;

6. $49n^{-2} = 0,49n^2$; $0,36k^{-2} = 0,81k^2$; $0,09m^{-2} = 0,01m^2$;

7. $(k+2):(4 - k^2) = 0$; $(3 - x)^2 :(9 - x^2) = 0$; $(125 - y^3):(25 - y^2) = 0$;

8. $(k+2k^2):(4 - k^2) = 0$; $(12y^3-3y^5):(20y^2 - 5y^4) = 0$.

Рівень Б

9. $2:(x - 3) = 4:(x + 3)$;

10. $3n:(8n - 2) = 2n:(3n + 1)$;

11. $(z - 2):(6z - 12) = (z + 3):(3z + 9)$;

12. $(m - 5):(6m - 30) = (m + 4):(3m + 12)$;

13. $(k - 2):(k + 1) = (k - 5):(k + 7)$;

14. $(y - 4):(y + 6) = (7 - y):(y + 18)$;

15. $4:x + (x - 3)^{-1} = 0$;

16. $3z + 8/(5 - z) = 3$;

17. $0,5:(5 - x) + 0,3:(3 - x) = 0,2$;

18. $y:(5 - y) = y:(y - 5)$;

19. $(x - 1):(4 - x) =(x - 1):(x - 4)$;

20. $(2x^2 - 5x - 3):(4x^2 + 4x - 3) = 0$;

21. $(a^4 + 7a^2 - 8) : (a^4 + a^2 - 2) = 0$;

22. $(y^4 - 26y^2 +25) : (y^4 - 20y^2 +10) = 0$;

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

23. $(m^4 - 4m^2 - 45) : (n^4 + 6n^2 - 35) = 0;$

24. $(2k^4 - 5k^2 + 2) : (3x^4 - 10x^2 + 3) = 0;$

25. $(7x^4 + 23x^2 + 3) : (16 x^4 - 24x^2 + 9) = 0;$

26. $(25x^4 - 20x^2 + 4) : (x^4 + 8x^2 + 15) = 0;$

27. $(x^6 + 28x^3 + 27) : (x^6 + 16x^3 + 64) = 0.$

28. $(a^2 + 5a + 2):(a^2 + 5a - 1) = 2;$

29. $(k^2 - 4k - 2):(k^2 - 4k + 1) = 18;$

30. $(y^2 + 2y - 1):(y^2 + 2y + 1) = 15;$

31. $(x^2 - 4x + 1):(x^2 - 4x - 1) = 24;$

32. $(x^2 + 4x - 2):(x^2 + 4x + 3) = 24;$

33. $(x^2 - 5x - 4) : (x^2 - 5x - 3) = 12.$

34. $(x^2 + 6x + 6) : (x^2 + 6x + 5) = 30;$

35. $2:(x^2 + 7x + 7) + (x^2 + 7x + 7):2 = 56;$

36. $21: (n^2 - 9n - 6) + (n^2 - 9n - 6):21 = - 42;$

37. $5: (n^2 - 3n + 1) + (n^2 - 3n + 2):5 = 20;$

38. $4: (x^2 - 5x + 8) + (x^2 - 5x + 9):4 = 72;$

39. $(x^2 + 3x - 2) : (x^2 + 3x + 2) = 12.$

40. $(x^2 - 5x)^2: (x^2 + 5x) = 8;$

41. $(z^2 - z)^2 :(z^2 + z) = 3;$

42. $(3x^2 - 5x - 2):(9x^2 + 6x + 1) = 0.$

Рівень В

43. $x^2 + 3x + 2:(x - 1) = 4 - 2:(1 - x);$

44. $x^2 - 2x + 3:(x - 3) = 3 - 3:(3 - x);$

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

45. $(2x^2 - 3x - 2):(6x - 2) = 5;$

46. $(-2x^2 - 3x + 2):(x + 2) = 5;$

47. $(2x^2 - 3x + 1):(x^2 + 2x - 3) = 1;$

48. $(2x^2 + 3x + 1):(x^2 - 2x - 3) = 1;$

49. $1:(2 + x) + 1:(4 + x) = 0{,}25;$

50. $-1:(4 - x) + 1:(2 - x) = 0{,}25;$

51. $(x + 2):(x - 1) + (x + 3):(1 + x) + (x + 5):(1 - x^2) = 0;$

52. $(x - 1):(x + 2) + (x + 1):(x - 2) + 2(x + 4):(4 - x^2) = 0;$

53. $(2x + 1):(x - 2) + (1 - 3x):(x^2 - 6 + x) = (x + 1):(3 + x);$

54. $(2x - 1):(x + 2) + (1 + 3x):(x^2 - 6 - x) = (x - 1):(x - 3);$

55. $1:(y^2 + 2y)^2 - 12:(y^2 + 2y) + 36 = 0;$

56. $1:(z^2 - 4z)^2 + 8:(z^2 - 4z) - 15 = 0;$

57. $1:(x^2 - 4x)^2 - 16:(x^2 - 4x) + 88 = 24;$

58. $1:(x^2 - 5x) - 20:(x^2 - 5x) - 2 = -12.$

59. $1:(n^2 - 6n)^6 - 9:(n^2 - 6n)^3 + 10 = 2;$

60. $1:(x^2 - 7x)^6 + 28:(x^2 - 7x)^3 + 20 = -7;$

61. $1:(m^2 - 9m)^2 - 7:(m^2 - 9m) + 6 = 0;$

62. $1:(x^2 - 3x)^2 - 4:(x^2 - 3x) - 45 = 20;$

63. $1:(a^2 - 5a)^2 + 8:(a^2 - 5a) - 9 = 0;$

64. $1:(y^2 - 16)^2 - 2:(y^2 - 16) + 1 = 16.$

65. $1:(x^2 - x - 6) + 1:(x^2 + x - 6) = 1:(x^2 + 5x + 6);$

66. $1:(x^2 + x - 6) + 1:(x^2 - x - 6) = 1:(x^2 - 5x + 6);$

67. $(x^2 - 2x - 6):x - 3x:(x^2 - 2x - 6) = 2;$

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

68. $(x^2 + 2x - 6) : x - 3x : (x^2 + 2x - 6) = 2.$

Банк задач для домашнього завдання з математики 9 клас

Компетентнісні завдання для формування високорівневих здібностей

Банк задач для домашнього завдання з алгебри 9 клас

Домашнє завдання 1. Банк рівнянь.

А. Розв'язати рівняння різними способами і виконати письмову перевірку коренів:

1. $125x^2 - 20x^4 = 0$; $72z^3 - 98z^5 = 0$; $64x^4 - 36x^2 = 0$;

2. $x^6 - 64 = 0$; $x^6 - x^3 = 0$; $x^6 - 256x^2 = 0$; $729x^4 - x^6 = 0$;

3. $x^4 - 81x^3 = 0$; $x^4 - 16x^2 = 0$; $729x^4 - 256 = 0$; $625x^4 - 1 = 0$;

4. $x^7 - 64x^4 = 0$; $x^8 + x^5 = 0$; $8x^5 + 125x^2 = 0$; $64x^5 - 27x^2 = 0$.

Домашнє завдання 2. Банк рівнянь.

Розв'язати рівняння різними способами і виконати письмову перевірку коренів:

1. $z^2 + 7z - 8 = 0$; 2. $-p^2 - 6p + 7 = 0$; 3. $-2x^2 + 14x - 16 = 0$;

4. $k^2 + k + 2 = 0$; 5. $-4n^2 + n + 5 = 0$; 6. $-5m^2 + m - 2 = 0$;

7. $y^2 - 13y + 36 = 0$; 8. $y^2 - 17y + 72 = 0$; 9. $y^2 - 0{,}16y + 0{,}63 = 0$;

10. $z^2 - 10z + 25 = 0$; 11. $z^2 + 14z + 49 = 0$; 12. $z^2 - 3z + 2{,}25 = 0$;

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

13. $30x^2 - 20x + 10 = 0$; 14. $2x^2 - 4x + 12 = 0$; 15. $24x^2 - 36x + 48 = 0$;

16. $m^2 - 4m - 45 = 0$; 17. $n^2 + 6n - 35 = 0$; 18. $2k^2 - 5k + 2 = 0$;

19. $3x^2 - 10x + 3 = 0$; 20. $7m^2 + 23m + 3 = 0$; 21. $16n^2 - 24n + 9 = 0$;

22. $25x^2 - 20x + 4 = 0$; 23. $x^2 + 8x + 15 = 0$; 24. $x^2 + 28x + 27 = 0$;

25. $x^2 + 16x + 64 = 0$. 26. $n^2 + 12n + 35 = 0$; 27. $k^2 - 9k + 20 = 0$;

28. $x^2 - 11x + 30 = 0$; 29. $m^2 + 23m + 60 = 0$; 30. $16m^2 + 24m + 9 = 0$;

31. $25n^2 + 20n + 4 = 0$; 32. $k^2 - 8k + 15 = 0$; 33. $k^2 - 28k + 27 = 0$;

34. $n^2 - 16n + 64 = 0$. 35. $3m^2 + 30m + 72 = 0$; 36. $2m^2 - 58m + 56 = 0$.

Домашнє завдання 3. Банк рівнянь.

Розв'язати рівняння способом заміни і виконати письмову перевірку коренів:

1. $a^4 + 7a^2 - 8 = 0$; 2. $b^4 + b^2 - 2 = 0$; 3. $y^4 - 13y^2 + 36 = 0$; 4. $z^4 - 26z^2 + 25 = 0$;

5. $x^4 - 20x^2 + 10 = 0$; 6. $m^4 - 4m^2 - 45 = 0$; 7. $n^4 + 6n^2 - 35 = 0$; 8. $2k^4 - 5k^2 + 2 = 0$;

9. $3x^4 - 10x^2 + 3 = 0$; 10. $7x^4 + 23x^2 + 3 = 0$; 11. $16x^4 - 24x^2 + 9 = 0$; 12. $25x^4 - 20x^2 + 4 = 0$;

13. $x^4 + 8x^2 + 15 = 0$; 14. $x^6 + 28x^3 + 27 = 0$; 15. $x^6 + 16x^3 + 64 = 0$.

Домашнє завдання 4. Банк рівнянь.

Розв'язати рівняння способом заміни і виконати письмову перевірку коренів:

1. $(a^2 + 5a + 2)(a^2 + 5a - 1) = 28$; 2. $(k^2 - 4k - 2)(k^2 - 4k + 1) = 18$;

3. $(y^2 + 2y - 1)(y^2 + 2y + 1) = 15$; 4. $(x^2 + 4x + 1)(x^2 + 4x - 1) = 24$;

Розв'язати рівняння сспособом заміни і виконати перевірку коренів:

1. $(x^2 - 5x)^2 + 3(x^2 - 5x) = 28$; 2. $(z^2 - z)^2 - 4(z^2 - z) + 7 = 3$;

3. $(y^2 + 2y)^2 - 12(y^2 + 2y) + 36 = 0$; 4. $(z^2 - 4z)^2 + 8(z^2 - 4z) - 15 = 0$;

5. $(x^2 - 4x)^2 - 16(x^2 - 4x) + 88 = 24$; 6. $(x^2 - 5x)^2 - 20(x^2 - 5x) - 2 = -12$.

7. $(n^2 - 6n)^6 - 9(n^2 - 6n)^3 + 10 = 2$; 8. $(x^2 - 7x)^6 + 28(x^2 - 7x)^3 + 20 = -7$;

9. $(m^2 - 9m)^2 - 7(m^2 - 9m) + 6 = 0$; 10. $(x^2 - 3x)^2 - 4(x^2 - 3x) - 45 = 20$;

11. $(a^2 - 5a)^2 + 8(a^2 - 5a) - 9 = 0$; 12. $(y^2 - 16)^2 - 2(y^2 - 16) + 1 = 16$.

Домашнє завдання 5. Банк завдань на властивості квадратного тричлена.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

1. Розв'язати рівняння з обчисленням дискримінанту:

1) $-x^2 + 12x + 1 = 0$; *2)* $-2x^2 - 7x + 4 = 0$; *3)* $x^2 - x + 56 = 0$;

4) $3x^2 + 5x + 2 = 0$; *5)* $x^2 - 10x - 24 = 0$; *6)* $2x^2 + 7x - 4 = 0$;

2. Розв'язати рівняння без обчислень дискримінанту:

Якщо $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1$, $x_2 = c/a$.

Наприклад: $5x^2 + 4x - 9 = 0$; $x_1 = 1$, $x_2 = -9/2$.

Якщо $a - b + c = 0$, то $x_1 = -1$, $x_2 = -c/a$.

Наприклад: $4x^2 + 11x + 7 = 0$; $x_1 = -1$, $x_2 = -7/4$.

1)$14x^2 - 17x + 3 = 0$; 2) $13x^2 - 18x + 5 = 0$; 3) $x^2 - 39x - 40 = 0$;

4) $x^2 + 23x - 24 = 0$; 5)$100x^2 - 83x - 183 = 0$; 6)$100x^2 + 97x - 197 = 0$;

3. Розкладіть на множники квадратні тричлени:

1) $x^2 - 5x + 4$; 2) $n^2 - 6n + 5$. 3) $x^2 - 8x + 15$; 4) $a^2 + 7a + 10$. 5) $u^2 - 5u - 6$; 6) $w^2 - 3w - 4$.

4. Для корені в x_1 та x_2 квадратного тричленів, обчислити вираз $(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2$:

1) $x^2 + 6x - 7$; 2) $4x^2 - 6x + 2$. 3) $x^2 - 8x + 15$; 4) $-4x^2 + 28x + 40$. 5) $-x^2 - 5x - 6$; 6) $-x^2 - 3x - 4$.

Домашнє завдання 6. Банк рівнянь, що зводяться до квадратних.

Складіть квадратне рівняння, корені якого на три більші за відповідні числа 1 та -3. Виконайте письмову превірку.

Складіть квадратне рівняння, корені якого на 200% за відповідні числа 2 та 8. Виконайте письмову превірку.

Складіть квадратне рівняння, корені якого на три більші за відповідні корені рівняння $x^2 - 6x - 7 = 0$. Виконайте письмову превірку.

Складіть квадратне рівняння, корені якого є протилежними за відповідні корені рівняння $x^2 - 3x - 10 = 0$. Виконайте письмову превірку.

Складіть квадратне рівняння, корені якого обернені за відповідні корені рівняння $x^2 - 9x + 14 = 0$. Виконайте письмову превірку.

Домашнє завдання 7. Банк завдань на властивості рівнянь.

Розв'язати рівняння а) - г) і виконати перевірку. У рівнянні з параметром,що в пункті д)

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

знайти, при якому значенні параметра k рівняння має: а) один корінь; б) один додатний корінь; в) один від'ємний корінь; г) два корені; д) два протилежні корені; е) немає коренів; є) два корені: нульовий і додатний; ж) два корені: нульовий і від'ємний; з) два не додатних корені; и) два корені різних знаків; ї)два взаємно обернені корені.

1. *а)* $x^2 = 9x$; б) $x^3 = 16x$; в) $(x-4)(x+3) = x$; г) $(2x - 5)^2 + (5x + 2)^2 = 60$; д) $-9kx^2 - (1-3k)x - 0{,}25k = 0$.

2. *а)* $n^2 = 4n$; б) $x^3 = 0{,}25x$; в) $(x-7)(x+1) = -6x$; г) $(4x - 2)^2 + (2x + 4)^2 = 54$; д) $-kx^2 - (1-k)x - 0{,}25k = 0$.

3. *а)* $m^2 = 16m$; б) $x^3 = 48x$; в) $(x-8)(x+4) = -4x$; г) $(3x - 4)^2 + (4x + 3)^2 = 64$; д) $-kx^2 - (2-k)x - 0{,}25k = 0$.

4. *а)* $x^2 = 25x$; б) $x^3 = 44x$; в) $(x-9)(x+6) = -3x$; г) $(4x - 5)^2 + (5x + 4)^2 = 68$; д) $-4kx^2 - (1-2k)x - 0{,}25k = 0$.

5. *а)* $k^2 = 36k$; б) $x^3 = 99x$; в) $(x-2)(x+5) = 3x$; г) $(5x - 6)^2 + (6x + 5)^2 = 60$; д) $-4kx^2 - (3-2k)x - 0{,}25k = 0$.

6. *а)* $z^2 = (-1)^6$; б) $x^3 = 24x$; в) $(x-1)(x+9) = 8x$; г) $(6x - 9)^2 + (9x + 6)^2 = 84$; д) $-9kx^2 - (4-3k)x - 0{,}25k = 0$.

7. *а)* $b^2 = (-3)^2$; б) $x^3 = 60x$; в) $(x-4)(x+8) = 4x$; г) $(7x - 4)^2 + (4x + 7)^2 = 34$; д) $-4kx^2 - (5-2k)x - 0{,}25k = 0$.

8. При яких значеннях параметра a сума квадратів коренів рівняння $4x^2 - 28x + a = 0$ дорівнює 22,5?

9. При яких значеннях параметра a розв'язок нерівності рівне $x^2 + ax - 1 < 0$ буде інтервал довжини 5?

Домашнє завдання 8. Банк завдань на властивості квадратних тричленів.

$\underline{ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) = a(x - m)^2 + n}$

1. Записати *три різних* квадратних тричлени у стандартному вигляді, якщо корені дорівнюють:

1) *20 і -1,*3; *2) – 80 і 1,*6; *3) 70 і* -1,6; *4) -50 і -1,*2; *5) – 90* і -1,5; *6) -12 і* -4,0; *7) – 20 і 1,*6; *8) 40 і -2,*5; *9) – 70 і 1,*9;

2. *Розкласти* на множники квадратний тричлен: $a(x-x_1)(x-x_2)$ та *виділити квадрат* двочлена: $a(x-m)^2+n$

1) $-x^2$ -5x-4; *2)-* x^2 -x-2; *3)-* x^2 -6x-5; *4)* $-x^2$ -7x-6; *5)* $-x^2$ -6x-7; *6)* $-x^2$ -9x-8; *7)* $-x^2$ -10x-9; *8)* $-x^2$ -11x-10; *9)* $-x^2$ -12x-11; 10*)* $-x^2$ -13x-12; 11*)* $-x^2$ -15x-14; 12*)* $-x^2$ -16x-15; 13*)* - x^2-17x-16; 14*)* $-x^2$ -18x-17; *15)* $-x^2$ -19x-18; *16)* $-x^2$ -20x-19;

3.Скласти квадратний тричлен, у якого немає нульових коефіцієнтів.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

4.Скласти квадратний тричлен, у якого немає числових коефіцієнтів, але є змінні коефіцієнти.

5.Скласти зведеній квадратний тричлен, у якого є числові коефіцієнтів та є змінні коефіцієнти.

Домашнє завдання 9. Банк рівнянь, що зводяться до квадратних.

Складіть квадратне рівняння, корені якого становлять 25% за відповідні корені рівняння $x^2 - 2x - 3 = 0$. Виконайте письмову превірку.

Складіть квадратне рівняння, корені якого на півтора менші за відповідні корені рівняння $x^2 - 3x - 4 = 0$. Виконайте письмову превірку.

Складіть квадратне рівняння, корені якого на два більші за відповідні корені рівняння $x^2 - 4x + 3 = 0$. Виконайте письмову превірку.

Складіть квадратне рівняння, корені якого на вісім менші за відповідні корені рівняння $x^2 - 6x + 5 = 0$. Виконайте письмову превірку.

Домашнє завдання 10. Банк рівнянь . Розклад на множники

Розв'яжіть рівняння $x^3 - 3x^2 + 4x = 0$. Виконайте письмову превірку.

Розв'яжіть рівняння $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$. Виконайте письмову превірку.

Розв’яжіть рівняння: $(x+4)(x-2) = (x-3)(x-2) + (2x+1)(2-x)$. Виконайте письмову превірку.

Розв’яжіть рівняння: $(x+1)/(x-2) = (x-5)/(x-2) + (7x+3)/(2-x)$. Виконайте письмову превірку.

Розв’яжіть рівняння: $(x+1)/(x+2) = (x-5)/(x-1)$. Виконайте письмову превірку.

Розв'яжіть рівняння $x^3 - 8x^2 + 8x - 1 = 0$. Виконайте письмову превірку.

Домашнє завдання 11. Банк задач на рух

Катер проплив 22 км за течією річки і 36 км проти течії за час, потрібний для того, щоб проплисти 6 км на плоту. Знайдіть швидкість течії, якщо власна швидкість катера дорівнює 20 км/год.

Щоб ліквідувати запізнення на 24 хв, поїзд на перегоні завдовжки 180 км збільшив швидкість на 5 км/год порівняно зі швидкістю за розкладом. Якою є швидкість поїзда за розкладом?

Відстань між двома пристанями на річці дорівнює 45 км. Моторним човном шлях туди і назад можна подолати за 8 год. Знайдіть власну швидкість човна, якщо швидкість течії дорівнює 3 км/год.

Домашнє завдання 12. Банк задач на рух

З міста в село, відстань між якими 450 км, виїхали одночасно два автомобілі. Один з них мав швидкість на 10 км/год більшу, ніж інший, і тому прибув у село на 30 хв швидше. Знайдіть швидкість кожного автомобіля.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Човен, власна швидкість якого 18 км/год, проплив 30 км за течією і 16 км проти течії, з атративши на весь шлях 2,5 год. Знайдіть швидкість течії.

Автомобіль мав проїхати 1200 км із певною запланованою швидкістю. Після того як він проїхав третину шляху із цією швидкістю, автомобіль витратив на зупинку 2 год. Збільшивши швидкість на 20 км/год, автомобіль прибув у пункт призначення вчасно. Якою була швидкість автомобіля до зупинки?

Домашнє завдання 13. Банк задач на роботу

Дві бригади, працюючи разом, зорали поле за 6 днів. За скільки днів може зорати поле кожна бригада, працюючи самостійно, якщо другій бригаді на це потрібно на 5 днів меншё, ніж першій?

Два робітники повинні за планом разом виготовити 250 деталей. Перший робітник перевиконав план на 10 %, а другий - на 15 %, тому було виготовлено 280 деталей. Скільки деталей за планом повинен був виготовити кожний робітник?

Для перевезення 60 т вантажу потрібна деяка кількість машин. Оскільки на кожну машину було завантажено на 1 т більше, ніж планувалося, то дві машини виявилися непотрібними. Скільки машин було використано для перевезення?

Домашнє завдання 14. Банк числових задач

1.Знайдіть чотири послідовних непарних натуральних числа, якщо добуток другого і третього числа на 111 більший, ніж потроєна сума першого та четвертого чисел.

2.Чисельник звичайного нескоротного дробу на 5 менший від знаменника. Якщо до чисельника цього дробу додати 3, а до знаменника 4, то дріб збільшиться на 0,125. Знайдіть цей дріб.

3.Дано двоцифрове натуральне число, сума квадратів цифр якого дорівнює 45. Якщо до цього числа додати 27, то отримаємо число, що записане тими самими цифрами, але у зворотному порядку. Знайдіть дане число.

4. Знаменник звичайного нескоротного дробу на 3 більший від чисельника. Якщо чисельник цього дробу збільшити на 2, а знаменник - на 10, то дріб зменшиться на 2:15. Знайдіть цей дріб.

Домашнє завдання 14. Контроль знань з теми «Властивості квадратних рівнянь».

1. (1 б.) Розв’язати неповні квадратні рівняння: $x^2 = 36$; $x^2 = 6$; $x^2 = -16$; $x^2 + x = 0$; $-4x^2 + 5 = 1$; $-7x^2 - 14 = 0$.

2. (1 б.) Розв’язати повні квадратні рівняння: $x^2 - 6x + 9 = 0$; $x^2 + 5x + 4 = 0$; $-7x^2 + 6x - 14 = 0$.

3. (1 б.) Записати суму коренів та добуток коренів квадратного рівняння: $-7x^2 + 21x - 14 = 0$.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

4. (1 б.) Розкласти на множники квадратні тричлени та виділити повні квадрати двочлена: $x^2 + 4x – 5$; $4x^2 + 20x + 25$; $- x^2 - x + 2$.

5. (1 б.) Розв’язати рівняння: $(- 3x + 4)(- 4x – 5) + 4x = - 20$; $(-5x + 2)(-5x – 2) + 4x = - 4$.

6. (1 б.) Знайти суму коренів рівняння: $(- x + 3):(- x – 6) = (x + 6):(- x – 12)$.

7. (2 б.) Скласти три різні квадратні рівняння, у кожного з яких будуть такі корені: - 3,5 та 8,7.

8. (2 б.) Сума двох чисел рівна 40, а їх добуток рівний 300. Знайти ці числа.

9. (2 б.) Розв’язати рівняння: $(x^2 + 6x)^2 + 18(x^2 + 6x) + 81 = 0$; $(x^2 -5x + 4)(x^2 -5x +2) = 8$.

Домашнє завдання 15. Банк завдань на властивості нерівностей.

1. Виконати дії з подвійними нерівностями так, щоб оцінити вирази $x + y$, $x – y$, $x•y$, $x:y$; $y:x$; $3x -5y$:

а) $4<x$ $7<y$ б) $1<xy$

2. Порівняти вирази з нулем:

1. a^2 ; $-x^6$; 2. $-y^2 – 1$; 3. $b^2 + 36$; 4. $–z^4 – 50$; 5. $–81z^2 – 64$; 6. $3x^2 + 54$;

3. Довести нерівність способом виділення двох повних квадратів:

А) $5x^2 – 4x - 2xy + 3 > 0$; $10x^2 – 6x - 4xy + 7 > 0$; $2x^2 – 2x − 6xy + 11 > 0$.

4. Довести способом порівняння різниці виразів з нулем, що для будь-яких чисел:

$a^3b + ab^3 =< a^4 + b^4$; $m^5n + mn^5 =< m^6+ n^6$; $a^7b + ab^7 =< a^8 + b^8$.

Домашнє завдання 16. Банк нерівностей.

1. Розв’язати нерівності:

1. $0,4m-0,6 > 0,4m-0,1$; 2. $0,36z-2,4 < 0,4-0,64z+8,7$; 3. $-0, 5a - 0, 9 + 0,6a > -5,9+8,5+ 5a - 4a$;

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

4. -0,7-0,5n < -0,6-0,9n; 5. -0,51-2,5v > -0,5v-0,24+7,5; 6. -0, 5+0,49a < 0,64a + 5,9a+ 6,9 - 8+ 3a;

2. Розв'язати нерівності:

1. (0,2m - 0,6)(m -2,1) > 0; 2. (0,3z - 2,4)(2- 0,4z) > 0; 3. - 2(a - 8)(5+4a) > = 0;

4. (-0,7 - 0,4n)(n -0,5) < 0; 5. (-0, 1 - 2v)(-0, 1 + 0,2v) > 0; 6. - 4(-5+9a)• (4a – 9)(8+ 3a) =< 0;

3. Знайти тільки натуральні розв'язки нерівностей:

1. (2m - 6)(m -2,1) < 0; 2. (6z - 24)(2,4 + 0,4z) = 0; 3. - 2•(0,5a - 8)(5+4a) > 0;

4. (-0,7 - 0,4n)(n -5) > 0; 5. (-5 - v)(-1 - 0,2v) < 0; 6. (4a – 9)(-8+ 4a) =<0;

4. Знайти розв'язки нерівностей на множині цілих чисел (розв'язком є пара цілих чисел):

1. (2x - 7)•(a -21) < 0; 2. (m- 24)(4 - n) > 0; 3. - 4(a - 8)•(5+ b) =< 0;

4. (-9 - c)•(q -15) > -1; 5. (-12 – 2n)(-12 - m) < 3; 6. 7(-5 + b)•(4a – 20) >= 8;

5. Розв'язати нерівності:

1. 0,2|m| - 0,3 < -0,1; 2. 0,36|z| - 2,7z|; 3. - 2•|a - 28| + 6 > -3|a -28| - 4;

4. -0,8 + 0,3|n| > -0,4; 5. -0,53 - 5|v| > -0,53 - 0,4|v|; 6. 7•|5+a|

Домашнє завдання 17. Банк нерівностей

Розв'язати нерівності різними способами:

1. $a^2 < 0$; $x^2 > 1$; 2. $y^2 > -1$; 3. $b^2 < 36$; 4. $z^2 – 50 =< 0$; 5. $–81z^2 >= – 64$; 6. $3x^2 = 54$;

7. $4b^2 – 25 < 0$; 8. $16a^2 – 1 > 3$; 9. $4y^2 – 60$ 4; 10. $- 49z^2 + 13 => 4$; 11.$7z^2 – 5 =$;

12. $49 – 36y^2 < 100$; 13. $64 – 25x^2 > - 36$; 14. $81 + 9b^2 < 0$; 15. $– 16a^2 - 81 = > 1600$;

16. $7y^2 + 36 < 100- y^2$; 17. $64x^2 + 25 > 164x^2$; 18. $36b^2 + 144 =<169b^2$; 19. $9a^2 + 16 = >25$;

20. $36x^2 – 100 > 576$; 21. $9m^2 – 49= < 576$; 22. $16n^2 – 25n^2 >= 75$; 23. $36b^2 – 81 =< 0$.

Домашнє завдання 18. Банк квадратних нерівностей

1. (1 б.) Розв'язати неповні квадратні нерівності: $x^2 > 36$; $x^2 < 6$; $x^2 > -16$; $x^2 + x <= 0$; $-4x^2 + 5 >= 1$; $-7x^2 - 14 >= 0$.

2. (1 б.) Розв'язати повні квадратні нерівності: $x^2 - 6x + 9 <= 0$; $x^2 + 5x + 4 >= 0$; $-7x^2 + 6x – 14< = 0$.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

3. (1 б.) Записати суму цілих розв'язків квадратної нерівності: $-7x^2 + 21x - 14 > 0$.

4. (1 б.) Які із квадратні тричлені можуть бути тільки додатними: $x^2 + 4x - 5$; $x^2 + 4x + 25$; $- x^2 - x + 2$.

5. (1 б.) Розв'язати рівняння: $(- 3x + 4)(- 4x - 5) + 4x >= - 20$; $(-5x + 2)(-5x - 2) + 4x <= - 4$.

6. (1 б.) Знайти розв'язки нерівностей: $(- x + 3):(- x - 6) > (x + 6):(- x - 12)$.

7. (2 б.) Розв'язати нерівності: $(x^2 + 6x)^2 + 18(x^2 + 6x) + 81 > 0$; $(x^2 -5x + 4)(x^2 -5x +2) > 8$.

Домашнє завдання 19. Банк нерівностей з параметром

1. При яких значеннях параметра a нерівність $x^2+2x+a > 0$ виконується при будь-яких x?

2. При яких значеннях параметра a нерівність $x^2+ax+3a > 0$ виконується при будь-яких x?

3. При яких значеннях параметра a нерівність $x^2+3x+a^2 < 0$ виконується при всіх дійсних x?

4. При яких значеннях параметра a нерівність $x^2-2ax+3a-2 < 0$ виконується для всіх значень x?

5. При яких значеннях параметра a нерівність $x^2+(2a+4)x-a > 0$ виконується для всіх значень x?

Домашнє завдання 20. Банк задач на ймовірність

1.Яка ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове натуральне число кратне 4?

2.Яка ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове натуральне число має цифру 1?

3.Яка ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове натуральне число кратне 2 і 3?

4.У ящику 12 білих і 18 чорних кульок. Яка ймовірність того, що серед трьох навмання обраних кульок буде 2 білих і 1 чорна?

5.Яка ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове натуральне число кратне 2 або 3?

6. Яка ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове натуральне число має цифри 2 або 3?

Домашнє завдання 21. Банк задач на сплави

1.Латунь - сплав міді та цинку. Мідь складає 60% сплаву. Яке відсоткове відношення міді до цинку

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

2.Відсоткове відношення міді до олова в бронзі становить 400%. Яке відношення олова до міді?

3.Сплав золота зі сріблом містить 20 г золота. До цього сплаву додали 5 г срібла і 10 г золота. Отриманий сплав містить на 5 % більше срібла, ніж початковий. Скільки грамів срібла було в початковому сплаві?

4.До зниження цін стілець коштував 160 грн. Якою стала ціна стільця після двох послідовних знижень, перше з яких було на 5 %, а друге – на 10 % ?

Домашнє завдання 22. Банк задач відсотки

1.Скільки потрібно взяти рідини і скільки речовини, щоб отримати 100 г 20-процентного розчину?

2.В яких пропорціях треба змішати 50-процентний і 70-процентний розчини кислоти, щоб отримати 65%-ий розчин цієї кислоти?

3.В яких співвідношеннях треба сплавити золото 375-ої проби із золотом 750-ої проби, щоб отримати золото 500-ої проби?

4.Яку найбільшу кількість 9%-ого оцту можна отримати з 90 г 80-процентної оцтової есенції?

5.У свіжому кавуні є 99% води. Після всихання вміст води становив 98%. У скільки разів всохся кавун?

Домашнє завдання 23. Банк задач відсотки

1.На скільки відсотків збільшилась величина, якщо вона збільшилась в 1,5раза?

2.Скільки можна отримати 24%-ного соляного розчину з 96г солі?

3.Дві третини шляху на 60 км більше, ніж 20% від залишку. Якої довжини весь шлях?

4.Букіністичний магазин купив книгу на 20% дешевше номіналу, а продав по номіналу. Скільки відсотків прибутку він одержав?

5.Вкладник приніс в банк 10 грн під 2% річних, а скільки грошей буде на рахунку через два роки?

6.Свіжі гриби містять 90% води. Визначте, у скільки разів всохлися гриби, якщо в стільки ж разів у них зменшився вміст води.

Домашнє завдання 24. Банк рівнянь з модулем.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

1.Розв'яжіть рівняння |7 x + 2| = 5. Виконайте письмову превірку.

2.Розв'яжіть рівняння | 2| x | - 6| = 4. . Виконайте письмову превірку.

3.Розв'яжіть рівняння | -2|x -9| + 6| = 2. Виконайте письмову превірку.

4.Розв'яжіть рівняння | x^2 - 16| + | x - 4| = 0. Виконайте письмову превірку.

5.Розв'яжіть рівняння | x^2 - 9| - | x - 3| = 1. Виконайте письмову превірку.

6.Розв'яжіть рівняння | x + 2| - | x - 6| = x. Виконайте письмову превірку.

Домашнє завдання 25. Банк рівнянь з модулем.

1.Розв'яжіть рівняння |-6x^2 +24| = 1. Виконайте письмову превірку.

2.Розв'яжіть рівняння | - 8|x| - 2| = 4. . Виконайте письмову превірку.

3.Розв'яжіть рівняння | 4|x -12| - 5| = 3. Виконайте письмову превірку.

4.Розв'яжіть рівняння | x^2 - 25| + | x - 5| = 0. Виконайте письмову превірку.

5.Розв'яжіть рівняння | x^2 - 1| - | x - 1| = 1. Виконайте письмову превірку.

6.Розв'яжіть рівняння | x + 4| - | x - 3| = 4+ x. Виконайте письмову превірку.

Домашнє завдання 26. Банк нерівностей з модулем.

1. Зобразити на числовій осі множину усіх точок, що задовольняє умові: | x | > 1 і | x | < 5

2. Зобразити на числовій осі множину усіх точок, що задовольняє умові : | x -3| < 1 або | 3-x | > 5

3. Зобразити на числовій осі множину усіх точок, що задовольняє умові: - | x^2 - 4 | > -8.

4. Зобразити на числовій осі множину точок, що задовольняє умові: | 4 – x^2| > 0.

5. Зобразити на числовій осі множину точок, що задовольняє умові: | 9 – x^2| > 5.

6. Розв'яжіть рівняння | x + 2| - | x - 6| < x.

Домашнє завдання 27. Банк рівнянь першого степеня з параметром.

1. Вказати *усі* такі *значення параметра а,* при яких рівняння з *невідомим х* має тільки натуральні корені:

а) -ах + 2а = 2а-6; б)3 – 2ах = 2а; в)-3ах + а = -36+а.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

2. Вказати *усі* такі *значення параметра а,* при яких рівняння з *невідомим х* має тільки цілі корені:

а)-3ах + 9 = -12; б)-52 – 4ах = -48; в) -0,5ах - 8а = -6-8а; г) 6+5ах-3а = -3а+16; д) $-5a^2 \cdot x = 15a$.

3. Вказати *усі* такі *значення параметра а,* при яких рівняння з *невідомим х* має безліч коренів:

а) -ах + 4х+1 = 5-а; б) 3 – 2ах –а = 3-а; в) -3ах + ах +6а = 6а; г) (5+а)(4-3а)х =(а+5)(-3а+4).

4. Вказати *усі* такі *значення параметра а,* при яких рівняння з *невідомим х* має тільки один корінь:

а)-9ах -7х -4 = -9а -11; б) 5 – 5ах-х-4а = 5-4а; в) -5ах + ах +67а = 67а; г) (7+а)(4-8а)х =(а+7)(-8а+4).

Домашнє завдання 28. Банк рівнянь першого степеня з параметром.

1.Вказати *усі* такі *значення параметра а,* при яких рівняння з *невідомим х* не мають коренів:

А)6ах-5х +2 = 6а-3; б) 2х +9 – 7ах –а = 4-5а; в) -7ах + ах +8а = 1а; г) (6+2|а|)(4+а)х =(а+4)(-4|а|+6).

2.Знайти усі такі *значення параметра а, при яких розв'язок рівнянь знаходиться на проміжку 1*

а) -7х + 5а = -3а; б)-23 - 2х = 2а; в) -0,3х - а = а; г) 2+3х + 7а = 3а;

3. Знайти усі такі *значення параметра а, при яких розв'язок рівнянь знаходиться на проміжку 2* $<|x|<4$

а) -2х + 4а = -7; б) 3-6а - 2х = 2а; в)5-0,5х - а = а; г) 1-2х + 3а = 3а;

4. Знайти усі такі *значення параметра а, при яких розв'язок рівнянь знаходиться на проміжку* -2

а) -7|х|+5а = -3а; б)23 - 2|х| = 2а; в) -0,3|х| - а = а; г) 2+3|х| + 7а = 3а.

Домашнє завдання 29. Банк квадратних рівнянь з параметром

1.При яких значеннях параметра а рівняння $ax^2 - 4x + 2 = 0$ має єдиний корінь?

2.При яких значеннях параметра а рівняння $ax^2 - x + 1 = 0$ має два цілих додатних корені?

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

3.При яких значеннях параметра а рівняння $ax^2 - 2ax + 4a = 0$ має два від'ємних корені?

4. Скільки коренів має рівняння $x^2 - ax + 6 = 0$ у залежності від значення параметра a?

5.При яких a, рівняння $(a - 2)x^2 + (4 - 2a)x + 3 = 0$ має один корінь?

6.При яких a, рівняння $ax^2 - 4x + a + 3 = 0$ має більше одного кореня?

Домашнє завдання 30. Банк завдань на властивості дробово-раціональної функції.

1.Складіть таблицю значень функції, заданої формулою y = - 8/x. Побудуйте графік цієї функції. Чи існують точки перетину з осями координат для даного графіка функції.

2. Функцію задано формулою y = 8/x .У таблиці наведено значення аргументу. Заповніть таку таблицю в зошиті, обчисливши відповідні значення функції:

x	-4	-2	-1	0	1	2	4	-5	5
y = 8/x									

Побудуйте графік даної функції. Як називається графік даної функції?

3. Функцію задано формулою y = -12/x .У таблиці наведено значення аргументу. Заповніть таку таблицю в зошиті, обчисливши відповідні значення функції:

x	-4	-2	-1	0	1	2	4	3	-3
y = -12 /x									

Побудуйте графік даної функції. Як називається графік даної функції?

4. Розв'язати графічним способом рівняння: та виконати повну перевірку розв'язків:

А) 1) x-2 = 4/x; 2) 8-2x= 6/x; 3) 1+ x = 4/x; 4) 7- x= 10/x; 5) 3x - 2= 8/x; 6) 3- 3x= -6/x.

Б) 1) x-1 = 4/x; 2) 4-2x= 6/x; 3) 1+x= -4/x; 4) 7- x= 6/x; 5) 3x - 2= 8/x; 6) 3- 3x= -6/x. 7) x = 1/x.

5. Знайти область визначення функцій та перетворіть функцію до вигляду y = a + к / (x - b):

А) y = (1+ x)/(x +2); Б) y = (x-5)/(x – 1); В) y = (4– x)/(x-2); Г) y = (2+x)/(5– x). Побудуйте графіки.

Домашнє завдання 31. Банк завдань на властивості функції.

1. Для функцій: а) y = 2-|x|; б) y = -4+ 2/x виконати такі завдання:

а) заповнити і перевірити правильність заповнення таблиці значень функцій ;

б) побудувати в прямокутній системі координат xOy графіки даних функцій;

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

в) знайти і записати область визначення даної функції D(f);

г) знайти і записати область значення даної функції E(f);

ґ) знайти і записати нулі даної функції;

д) знайти і записати числові проміжки, на яких додатна функція, тобто f(x) > 0;

е) знайти і записати числові проміжки, на яких від'ємна функція, тобто f(x) < 0; ;

є) знайти і записати числові проміжки, на яких функція зростає;

ж) знайти і записати числові проміжки, на яких функція спадає;

з) знайти і записати числові проміжки, на яких функція постійна;

і) знайти і записати числові проміжки, на яких функція невизначена;

к) знайти і записати точки перетину з віссю ординат даної функції;

л) знайти і записати проміжки, де графік функції неперервний;

м) знайти і записати локальні мінімуми та максимуми даної функції на проміжку (0,5; 4)

н) знайти і записати глобальні мінімуми та максимуми даної функції;

о) знайти і записати точки перегину даної функції;

р) знайти і записати точки розриву даної функції.

Домашнє завдання 32. Банк завдань на властивості квадратичної функції.

1. Для функцій: а) $y = x^2 - 4x$; б) $y = -4 - x^2$виконати такі завдання:

а) заповнити і перевірити правильність заповнення таблиці значень функцій на проміжку (-4; 4);

б) побудувати в прямокутній системі координат хОу графіки даних функцій;

в) знайти і записати область визначення даної функції D(f);

г) знайти і записати область значення даної функції E(f);

ґ) знайти і записати нулі даної функції;

д) знайти і записати числові проміжки, на яких додатна функція, тобто f(x) > 0;

е) знайти і записати числові проміжки, на яких від'ємна функція, тобто f(x) < 0; ;

є) знайти і записати числові проміжки, на яких функція зростає;

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

ж) знайти і записати числові проміжки, на яких функція спадає;

з) знайти і записати числові проміжки, на яких функція постійна;

і) знайти і записати числові проміжки, на яких функція невизначена;

к) знайти і записати точки перетину з віссю ординат даної функції;

л) знайти і записати проміжки, де графік функції неперервний;

м) знайти і записати локальні мінімуми та максимуми даної функції на проміжку (0,5; 4);

н) знайти і записати глобальні мінімуми та максимуми даної функції;

о) знайти і записати точки перегину даної функції;

р) знайти і записати точки розриву даної функції.

Домашнє завдання 33. Банк завдань на властивості функції.

1. Для квадратичної функції: а) $y = x^2 - 6x + 5$; б) $y = -x^2 - 4x - 3$ виконати такі завдання:

Знайдіть за допомогою графіка: 1) значення функції, якщо x = -2; 0; 1; 2) значення аргументу, при якому значення функції дорівнює -3; 2; 4; 3) область визначення функції; 4) область значень функції; 5) нулі функції? 6) Знайдіть проміжок, де функція набуває додатних значень; 7) проміжок, де функція набуває від'ємних значень; 8) проміжок, де зростає графік функції; 9) проміжок, де спадає графік функції; 10) локальні найменші значення(мінімуми) функції; 11) локальні найбільші значення(максимуми) функції; 12) 3 глобальний мінімум функції; 13) глобальний максимум функції;

14) Скільки розв'язків має рівняння $f(x)=0$, при довільних значеннях a? При яких a немає коренів рівняння $f(x)=a$? 14) Скільки розв'язків має рівняння $a = f(x)$, при довільних значеннях a?

2. Побудуйте графік функції $y = (2x - 6)/(x - 3)$. Знайдіть: 1) яке значення y відповідає x = -2; 0; 4;

2) якому значенню x відповідає y = -3; 0; 6; 3) нулі функції; 4) усі значення аргументу, при яких функція набуває додатних значень; 5) усі значення аргументу, при яких функція набуває від'ємних значень; 6) зростає чи спадає графік функції?

3. Побудуйте графік функції $y = (-3 - 4x)/(x + 2)$. Знайдіть за графіком: 1) яке значення y відповідає x = -1; x = 0; x = 3; 2) якому значенню x відповідає y = -2; y = 1; y = 4; 3) нулі функції; 4) значення аргументу, при яких функція набуває додатних значень; 5) значення аргументу, при яких функція набуває від'ємних значень; 6) зростає чи спадає графік функції?

4. Побудуйте графік функції $y = (-4x - 8)/(-x + 1)$. Знайдіть за графіком: 1) яке значення y відповідає x = -2; 2; 4; 2) якому значенню x відповідає y = -3; 0; 6; 3) нулі функції; 4) значення аргументу, при яких функція набуває додатних значень; 5) значення аргументу,

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

при яких функція набуває від'ємних значень; 6) зростає чи спадає графік функції?

Домашнє завдання 34. Банк завдань на властивості функції.

1.Графік квадратичної функції проходить через точки A(4; -1) , B(2; 4), C(-2; 0). Записати формулу, що задає графік квадратичної функції.

2.Графік квадратичної функції проходить через точки A(0; -4) , B(2; 0), C(-2; 6). Записати формулу, що задає графік квадратичної функції.

3.Графік квадратичної функції проходить через точки A(4; -4) , B(0; 4), C(-2; 6). Записати формулу, що задає графік квадратичної функції.

4. Графік квадратичної функції проходить через точки A(1; -4) , B(2; 4), C(-2; 6). Записати формулу, що задає графік квадратичної функції.

5. Графік квадратичної функції проходить через точки A(0; -4) , B(0; 0). Записати формулу, що задає графік квадратичної функції. Скільки розв’язків має задача?

Дослідити квадратичну функцію і побудувати її графік

1. $y = x^2 + 7x - 8;$

2. $y = -x^2 - 6x + 7;$

3. $y = x^2 + 2x - 8;$

4. $y = x^2 + x - 2;$

5. $y = -4x^2 + x;$

6. $y = -2x^2 + x - 2;$

7. $y = x^2 - 3x + 4;$

8. $y = x^2 - x + 6;$

9. $y = x^2 - 4{,}5x - 2{,}5;$

10. $y = x^2 - x + 0{,}25;$

11. $y = z^2 + 14z + 49;$

12. $y = z^2 - 3z + 2{,}25;$

13. $y = x^2 - 2x + 4;$

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

14. $y = 2x^2 – 4x + 12$;

15. $y = 2x^2 – 3x + 4$;

16. $y = x^2 – 4x – 5 = 0$;

17. $y = x^2 + 6x – 3 = 0$;

18. $y = 2x^2 - 5x + 2 = 0$;

19. $y = 3x^2 - 10x + 3 = 0$;

20. $y = 3x^2 + 6x + 3 = 0$;

Властивості квадратних тричленів

Запровадимо такі поняття:

- $D = b^2 - 4ac$- дискримінант квадратного тричлена
- x_o - корінь квадратного тричлена, якщо $ax_0^2 + bx_o + c = 0$.

Властивість 1. Для $a \neq 0$ можемо виділити повний квадрат:

$$\mathbf{ax^2 + bx + c = a((x + b/(2a))^2 – (b^2-4ac)/(4a^2)).}$$

Зауваження. Ця властивість використовується для побудови графіків квадратичних функцій $f(x) = ax^2 + bx + c$. Графік функції

$$y(x) = ax^2 + bx + c$$

отримують з графіка функції $y = x^2$ такою послідовністю перетворень:

- паралельним перенесенням вершини в точку (-b/2a;0);
- розтягом або звуженням до осі симетрії параболи в *a* разів, якщо

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

$a > 1$, і розхилом відносно осі симетрії у ½a½ разів, якщо $0<a<1$;

- паралельним перенесенням на вектор $(0; c - b^2/4a)$.

Наслідок 1. Існує найменше значення функції $y(x) = ax^2 + bx + c$

для $a > 0$ і воно дорівнює $y_{min}(-b/2a)$.

Наслідок 2. Існує найбільше значення функції $y(x) = ax^2 + bx + c$ для $a < 0$ і воно дорівнює $y_{max}(-b/2a)$.

Властивість 2. Для $a \neq 0$ і $b^2-4ac >= 0$ можемо розкласти на множники:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

де x_1, x_2 **– корені** квадратного тричлена, тобто

$$a x_1^2 + bx_1 + c = 0 \text{ та } a x_2^2 + bx_2 + c = 0.$$

Наслідок. Квадратний тричлен можна утворити так, що він матиме корені з наперед заданими критеріями(умовами) на ці корені.

Властивість 3. Величина $x^2 + px + q$:

- **додатна,** якщо тричлен не має дійсних коренів або значення аргументу *x* більше, ніж більший корінь, чи менше, ніж менший корінь цього тричлена;
- **від'ємна,** якщо тричлен має дійсні корені, а значення аргументу x лежить в інтервалі між коренями x_1 та x_2.

Властивість 4. Залежність від p і q розташування коренів x_1, x_2 тричлена $x^2 + px + q$ відносно нуля за умови існування коренів

$p^2 - 4q > 0$ така:

- якщо $q > 0$, то корені мають один знак, що протилежний до знака p;

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

- якщо $q < 0$, то корені мають протилежні знаки, а знаки p і меншого за модулем кореня збігаються;
- якщо $q = 0$, то коренями є 0 і -p.

Властивість 5. Корені тричлена $x^2 + px + q$ одночасно більші чи менші, ніж стала x_o, тоді й лише тоді, коли корені многочлена

$$(x + x_o)^2 + p(x_0 + x) + q = x^2 + (p + 2x_0)x + x_0^2 + px_0 + q$$

одночасно більші (менші), ніж нуль, тобто відповідно коли справджується система нерівностей

$$\mathbf{x_0^2 + px_0 + q > 0, \quad p + 2x_0 < 0}$$

чи

$$\mathbf{x_0^2 + px_0 + q > 0, \quad p + 2x_0 > 0}$$

Зауваження. Перша нерівність в отриманих системах – умова того, що x_o не належить до відрізка, обмеженого коренями тричлена $x^2 + px + q$.

Друга нерівність – умова того, що x_o відповідно менше чи більше, ніж: $-p/2$, що знаходиться між коренями тричлена.

Наслідок. Між двома дійсними коренями квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ розташовано один з двох дійсних коренів квадратного тричлена $fx^2 + gx + h$ тоді й лише тоді, коли справджується така система нерівностей:

$$\mathbf{a^1 0 \quad i \quad f^1 0 \; i \; b^2 - 4ac > 0 \; i \; g^2 - 4fh > 0 \; i}$$

$$\mathbf{a^2h^2 + c^2f^2 + acg^2 + b^2fh - abgh - bcfg - 2acfh < 0}$$

Модуль А5. Теорема Вієта і її наслідки

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Франсуа Вієт (1540-1603) – французький математик, відомий своїми працями в галузі алгебри і тригонометрії.

Теорема (Вієта). Якщо x_1, x_2– корені квадратного рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0$$

то справедливі рівності

$$x_1 + x_2 = -b/a,$$

$$x_1 x_2 = c/a .$$

Теорема (Вієта).1 Якщо x_1, x_2– корені зведеного квадратного рівняння

$$x^2 + px + q = 0,$$

то маємо:

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q.$$

Розклад квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ на множники

Виконаємо цей розклад за таким алгоритмом:

- Винесемо за дужки множник a;
- Виділимо повний квадрат у дужках;
- Утворимо різницю квадратів у дужках:
- Розкладемо різницю квадратів на множники:

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

$$ax^2 + bx + c =$$

Винесемо за дужки коефіцієнт a, отримаємо:

$$= a(x^2 + (bx)/a + c/a) =$$

Для того, щоб виділити повний квадрат, помножимо і поділимо на 2 доданок (bx)/a, отримаємо:

$$= a(x^2 + (2 \cdot bx)/(2a) + c/a) =$$

В дужках додамо і віднімемо доданок $b^2/2^2a^2$, отримаємо:

$$= a(x^2 + (2 \cdot bx)/(2a) + b^2/2^2a^2 + c/a - b^2/2^2a^2) =$$

Перші три доданки в дужках утворюють повний квадрат суми:

$$= a((x + b/a)^2 + c/a - b^2/2^2a^2) =$$

Два останні доданки зведемо до спільного знаменника $4a^2$, та винесемо за дужки знак мінус для того, щоб утворити різницю квадратів, отримаємо:

$$= a((x + b/a)^2 - (b^2 - 4ac)/4a^2) =$$

Утворимо різницю квадратів в дужках, отримаємо:

$$= a((x + b/a)^2 - ((b^2 - 4ac)^{0,5})^2/(2a)^2) =$$

Розкладемо різницю квадратів на два множники, використовуючи формулу

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y),$$

отримаємо:

$$= a((x + b/a) + ((b^2 - 4ac)^{0,5})/(2a)) \cdot ((x + b/a) - ((b^2 - 4ac)^{0,5})/(2a)).$$

Тепер слід вказати умови допустимості таких перетворень.

Вираз

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

$$b^2 - 4ac$$

називається дискримінантом квадратного тричлена

$$ax^2 + bx + c,$$

його прийнято записувати:

$$D = b^2 - 4ac.$$

Вираз

$$(- b - ((b^2 - 4ac)^{0,5})/2a$$

називається першим нулем квадратного тричлена

$$ax^2 + bx + c,$$

його прийнято записувати:

$$x_1 = (- b - ((b^2 - 4ac)^{0,5})/2a = (- b - D^{0,5})/2a$$

Вираз

$$(- b + ((b^2 - 4ac)^{0,5})/2a$$

називається першим коренем квадратного тричлена

$$ax^2 + bx + c,$$

його прийнято записувати:

$$x_2 = (-b/a + ((b^2 - 4ac)^{0,5})/2a = (-b/a + D^{0,5})/2a$$

Запам’ятаємо, якщо додатній дискримінант, $D = b^2 - 4ac > 0$, то

$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2),$$

квадратний тричлен розкладається множники на множині дійсних чисел.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Запам’ятаємо, якщо $D = b^2 - 4ac=0$,*то*

$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)^2,$$

де

$$x_1 = - b/2a$$

квадратний тричлен можна записати як повний квадрат суми на множині дійсних чисел.

Запам’ятаємо, якщо $D = b^2 - 4ac<0$, *то*

квадратний тричлен не можна розкласти на множники на множині дійсних чисел.

Приклад: Розкласти на множники квадратні тричлени:

а) $-12-7x-x^2$; *б)* $x^2 - 10x + 25$.

Розв’язання: Виконаємо цей розклад за таким алгоритмом:

1. Вияснемо чому дорівнюють коефіцієнти $a = ?, b = ?, c = ?$.

2. Знайдемо дискримінант $D = b^2 - 4ac$;

Якщо $D = b^2 - 4ac>0$, то знайдемо нулі квадратного тричлена

за формулами:

$$x_1 = (- b - D^{0,5})/2a,$$

$$x_2 = (- b/a + D^{0,5})/2a.$$

ірозкладемо на множники за формулою:

$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2),$$

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Якщо $D = b^2 - 4ac=0$, то знайдемо нуль квадратного тричлена

за формулами:

$$x_1 = - b/2a,$$

іорозкладемо на множники за формулою:

$$ax^2 + bx +c = a(x-x_1)^2,$$

Якщо $D = b^2 - 4ac<0,$ *токвадратний тричлен не можна розкласти на множники на множині дійсних чисел.*

Розкладемо на множники $-12 - 7x - x^2$:

Спочатку вияснимо, коефіцієнти:

$$a = -1, b = -7, \quad c = -12.$$

$D = b^2 - 4ac=49 - 4\cdot(-1)(-12)= 49 -48 =1$, *отже маємо два нулі:*

$x_1 = (- b - D^{0,5})/2a = (-(-7) - 1^{0,5})/(2(-1))=6/(-2) = =-3$

$x_2 = (- b/a + D^{0,5})/2a = (-(-7) + 1^{0,5})/(2(-1))=8/(-2) = =-4$

отже,

$$-12 - 7x - x^2= a(x- x_1)(x- x_2)= -(x- (-3))\cdot(x- (-4))= -(x+3)\cdot(x+ 4).$$

Розкладемо на множники $x^2 – 10x + 25$:

Спочатку вияснимо, коефіцієнти:

$$a = 1, b = -5, \quad c = 6.$$

$D = b^2 - 4ac=100 - 4\cdot(1)(25)= 100 - 100 = 0$, *отже маємо один нуль.*

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Отже,знайдемо *цей один нуль:*

$$x_1 = -b/2a = -(-10)/2 = 5,$$

таким чином, квадратний тричлен $x^2 - 10x + 25$ *є повним квадратом*

$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)^2,$$

$$x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2.$$

Відповідь: а) $-(x+3)\cdot(x+4)$; *б)* $(x-5)^2$.

Тепер самостійно розкладіть на множники квадратні тричлени:

1) $x^2 - 5x + 4$; 2) $n^2 - 6n + 5$.

3) $x^2 - 8x + 15$; 4) $a^2 + 7a + 10$.

5) $u^2 - 5u - 6$; 6) $w^2 - 3w - 4$.

Серед многочленів, які не розкладаються на множники зустрічаються многочлени:

1) першого степеня *ax+ b*; такі вирази називають лінійними виразами а;

2) деякімногочлени другого степеня *ax²+ bx+ c*; такі вирази називають незвідними квадратними тричленами.

Наприклад:

1) $x^2 + 25$ - цей многочлен не можна розкласти на лінійні множники на множині дійсних чисел;

2) $x^2 + 5x + 25$ - цей многочлен не можна розкласти на множині дійсних чисел;

3) $4x^2 + 5$ - цей многочлен не можна розкласти на множині

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

дійсних чисел.

4) $5x + 2$ - цей многочлен не можна розкласти на множині дійсних чисел.

Існує необхідна і достатня умова розкладу квадратного тричлена на множники. А саме.

Многочлен вигляду квадратного тричлена

$$ax^2 + bx + c$$

можна розкласти на лінійні множники на множині дійсних чисел, якщо квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0$$

має дійсні корені x_1 та x_2, тобто, вираз, який називають дискримінантом квадратного рівняння невід'ємний(тобто вираз додатній або нульовий).

ПАРАМЕТРИЧНІ НЕРІВНОСТІ І РІВНЯННЯ

Виділимо тип задач, де за рахунок параметра на змінну накладаються будь-які штучні обмеження. Для таких задач характерна наступне трактування: при якому значення параметру рівняння (нерівності, система) має одне значення, два, нескінченно багато, ні одного; розв'язок рівняння (нерівностей, системи) є якась підмножина дійсних чисел для параметра рівняння.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Розпочнемо з конкретних задач з параметрами.

1. При яких *a* нерівність

$$(x - a)(x - 2) \pounds 0$$

має один розв'язок?

Розв'язання. Легко здогадатись, що $a = 2$ задовольняє умову задачі. Дійсно, при $a = 2$ отримуємо нерівність $(x - 2)^2 \pounds 0$, що має один розв'язок. Для випадку, коли $a \neq 2$, розв'язком нерівності очевидно буде відрізок.

Відповідь. $a = 2$.

2. **При яких дійсних *a* розв'язком нерівності**

$$(x - a)^2(x - 2)(x + 3) \pounds 0$$

буде відрізок?

Розв'язання. Так як $(x - a)^2$ **–невід'ємний вираз**, тоді нерівність рівносильна системі $(x - 2)(x + 3) \pounds 0$ і $x = a$.

Розв'язком нерівності системи буде відрізок [-3; 2]. Отже, при $a \in [-3; 2]$ розв'язок системи також буде відрізок.

Відповідь. $-3 \pounds a \pounds 2$.

3. При яких дійсних *a* рівняння

$$ax^2 - x + 3 = 0$$

має один розв'язок?

Розв'язання. Насамперед звернемо увагу на типову помилку: рахувати дане рівняння квадратним. Насправді, дане рівняння степені не вище другої, бо при $a = 0$, отримаємо лінійне рівняння. Користуючись цією думкою, звісно почати розв'язання, переглянувши випадок, коли $a = 0$. І так, якщо $a = 0$, то очевидно дане рівняння має один розв'язок. Якщо ж $a \neq 0$, то маємо справу з квадратним рівнянням. Його дискримінант дорівнює $1 - 12a$ приймає значення, рівне нулю, якщо $a = 1:12$.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Відповідь. ***a=0***або ***a = 1:12***.

4. При яких дійсних *a* рівняння

$$(a - 2)x^2 + (4 - 2a)x + 3 = 0$$

має один розв'язок?

Розв'язання. Зрозуміло, що потрібно починати з випадку ***a = 2.*** Але при ***a = 2*** дане рівняння зовсім не має розв'язку. Якщо ***a ¹ 0***, дане рівняння, будучи квадратним, і здалося б шукані значення параметру – це корні дискримінанту. Але дискримінант обертається в нуль ***a = 2*** або ***a = 5***. Оскільки ми постановили, що ***a = 2*** не підходить, то

Відповідь. ***a = 5.***

Імовірно, в двох останніх прикладах нічого важкого немає (тим більше, якщо вони вже розв'язанні). Однак на наш погляд параметр в цих задачах проявляє своє «підступництво», особливо для починаючих шанувальників математики. При цьому корисно розглянути ще декілька прикладів, де параметр «розставляє пастки».

5. При яких значеннях параметра *a* розв'язок нерівності

$$x^2 + ax - 1 < 0$$

буде інтервал довжини 5?

Розв'язання. Зазначимо, що при будь-яких значеннях **a** дискримінант квадратного тричлена, розташованого у лівій частині нерівності , додатні. Нехай $\mathbf{x_1}$ **і** $\mathbf{x_2}$– корені даного квадратного тричлена. За умовою потрібно мати місце рівність $|x_1 - x_2| = 5$. Маємо модуль:

$$|x_1 - x_2| = ((x_1 - x_2)^2)^{0,5} = ((x_1 - x_2)^2 - 4x_1x_2)^{0,5}.$$

Застосовуючи теорему Вієта, отримуємо

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

$|x_1 - x_2| = (a^2 + 4)^{0,5}$.

Тоді

$(a^2 + 4)^{0,5} = 5$.

Звідси

$|a| = (21)^{0,5}$.

Відповідь. $a = (21)^{0,5}$ або $a = -(21)^{0,5}$

Вправи.

1. Розв’язати параметричні рівняння при будь-яких дійсних ***a***.

2. $(a^2 - 6a+5)x=a-1$. 2. $(a^2 - 7a+ 12)x= (a - 3)(a - 4)$.

3. $(a^2 - 6a+ 8)x=(a - 1)(a - 4)$. 4. $(a -7)x=a - 7$.

5. $(x - 2)/(x+a)=0$. 6. $x^{0,5} = -a^2 - 9$.

7. $(x - a)(x - 1)^{0.5}=0$. 8. $|x|+|x - a|=0$.

9. $(x - a)/(x^2 - 4x+3)=0$. 10. $(x^2 - 4x+3)/(x - a)=0$.

2.Знайти, що при якомудодатному значенні параметравірна нерівність:

а) $(x - a)^2 - (x+2a)^2 < 2(x^2 +4a)$;

б) $3(x+a)^2 - 8x - 10a \geq 2(x - 2a)(x+2a)$;

в) $(2a+b)(3a+2b) \leq 4b+(5a - b)(2a+b)$;

г) $(3a - 5b)(2a -3b) > (a - 4b)(3a+2b)$.

3.Знайти, при яких дійсних a:

а)тричлен $x^2 - 3ax+200$ має тількидодатні значення;

Квадратні рівняння з параметром

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/

1.14. При яких **а,** рівняння $(a-2)x^2+(4-2a)+3=0$ має одне рішення?

Розв'язаня. Відомо, що потрібно починати з випадку а=2. Але при а=2 отримане рівняння взагалі немає рішення. Якщо **а** не дорівнює 2 то таке рівняння – квадратне, і шукані значення параметра-це корні дискримінанта. Все одно дискримінант перетворюється в 0 при а=2 або а=5. Оскільки ми встановили, що а=2 не підходить.

Відповідь. а=5.

Вірогідно, в двох останніх прикладах нічого важкого нема. Але, на наш погляд, параметр в цих задачах виявляє свою «хитрість», особливо для початківців. Тому корисно роздивитись ще декілька прикладів, де периметр розставляє «капкани».

1.15. При яких **а**, рівняння $ax^2-4x+a+3=0$ має більше одного кореня?

Розв'язаня. При а=0 рівняння має один корінь, що не задовольняє умову. При а не дорівнює 0 отримане рівняння, будучи квадратним, має два кореня, якщо його дискримінант $16-4a^2-12a$ –додатній. Звідси виходить - $4<a<1$. В отриманий проміжок (-4; 1) входить число 0, яке, як ми вже перевірили не підходить.

Відповідь. $-4<a<0$ або $0<a<1$.

1.16. При яких **а,** рівняння $a(a+3)x^2+(2ф+6)x-3a-9=0$ має більше одного кореня?

Розв'язаня. Стандартний крок починати з випадків а=0 і а= -3. При а=0 рівняння має єдине рішення. Цікаво, що при а= -3 рішенню рівняння служить будь-яке натуральне число. Дискримінант відповідного квадратного рівняння рівне $4(a+3)^2(3a+1)$ і очевидно додатній при $a>-$. Досвід попередніх прикладів підказує, що із проміжка $(-$; $\infty)$ потрібно виключати точку а=0, а у відповіді не забути включити а= - 3.

Взято з ресурсу http://dorobok.edu.vn.ua/