

# ЗБІРНИК ЗАДАЧ

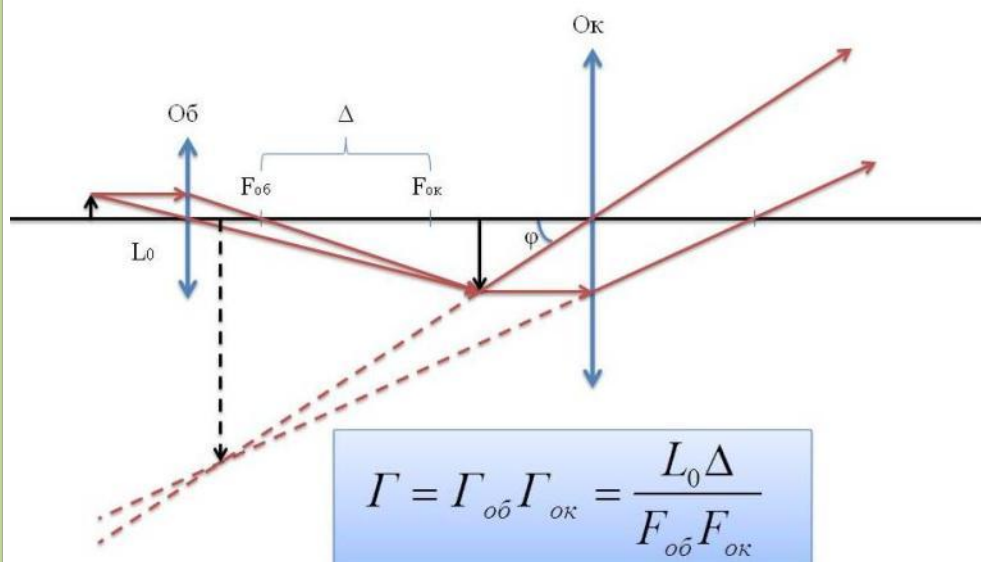
II етапу

Всеукраїнської олімпіади

з фізики

місто Вінниця

2009-2014 н.р.



**Автори розв'язків:** вчителі фізики міста Вінниці

**Укладач:** методист з навчальних дисциплін міського методичного кабінету департаменту освіти Вінницької міської ради  
*Балабан Роман Анатолійович*

**Рецензент:** вчитель фізики та інформатики, заступник директора з інформаційних технологій, завідувач лабораторією інформаційно-комунікаційних технологій закладу «Фізико-математична гімназія №17 Вінницької міської ради», заслужений вчитель України *Пасіхов Юрій Якович*

## **Передмова**

Дане видання являє собою збірник задач II етапу Всеукраїнської олімпіади з фізики в місті Вінниця за 2009-2014 навчальні роки.

Метою створення даного збірника було надати вчителям фізики структурований матеріал для підготовки учнів до I та II етапу Всеукраїнської олімпіади з фізики.

Збірник складається із двох частин. Перша частина – це умови задач. Друга частина – авторські розв'язки вчителів фізики міста Вінниці, доповнені за необхідністю авторськими ілюстраціями. В обох частинах задачі структуровані за роками і класами.

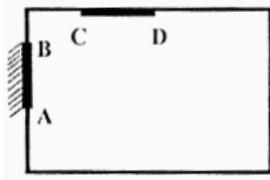
## Всеукраїнська учнівська олімпіада з фізики II етап м. Вінниця

### Умови задач 2009-2010 навчальний рік

#### 7 клас

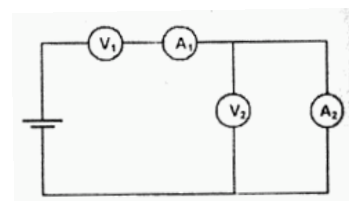
1. Як на досліді можна визначити процентний вміст солі в морській воді, користуючись чутливими терезами?
2. Мама попросила Катю і Сашка охайно скласти свої іграшкові кубики. Скільки часу потрібно дітям для того, щоб укласти в ряд кубики, об'ємом  $1 \text{ дм}^3$  кожний, узяті в такій кількості, скільки вміщується їх у  $0,25 \text{ м}^3$ ? На укладання дитиною одного кубика витрачається 1 с.
3. Миколка з батьком вирішили зібрати урожай смородини. Для цього Миколка взяв іграшкове відерце, яке має форму справжнього відра, проте висота іграшкового відерця в 4 рази менша. Скільки іграшкових відерець ягід смородини потрібно висипати Миколці у справжнє відро, що наповнити його?
4. Пробірка, до краю наповнена водою, має масу 44 г. коли у пробірку занурили шматок металу масою 10 г, маса пробірки із вмістом стала дорівнювати 53 г. яка густина металу?
5. Спробуйте визначити масу скирти соломи, знаючи густину речовини. Опишіть, як це зробити.

#### 8 клас

1. У яких точках кімнати повинна перебувати людина, щоб вона могла бачити у дзеркалі АВ весь екран телевізора CD. Розв'яжіть задачу графічно.
- 
2. Автомобіль проїхав першу половину шляху із швидкістю 60 км/год., наступну ділянку шляху зі швидкістю 15 км/год, а останню ділянку із швидкістю 45 км/год. Знайти середню швидкість автомобіля на всьому шляху, якщо друга і третя ділянки пройдені за однаковий час.
  3. Спортсмени біжать із однаковими швидкостями  $v$  колоною, довжина якої  $l_0$ . Назустріч їм біжить тренер із швидкістю  $u$  ( $u < v$ ). Кожен із спортсменів, порівнявшись із тренером, біжить назад з тією ж швидкістю  $v$ . Якою буде довжина колони, коли всі спортсмени розвернуться?
  4. Є два бруски: мідний та алюмінієвий. Об'єм одного з цих брусків на  $50 \text{ см}^3$  більший, ніж об'єм другого, а маса на  $175 \text{ г}$  менша, ніж маса другого. Які об'єми і маси?
  5. Чому сосиски під час варіння лопаються, як правило, вздовж, а не впоперек?

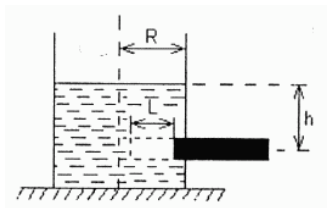
#### 9 клас

1. Схему збирають із батареї, двох однакових амперметрів і двох однакових вольтметрів. Амперметри  $A_1$  і  $A_2$  показують відповідно  $11 \text{ мА}$  і

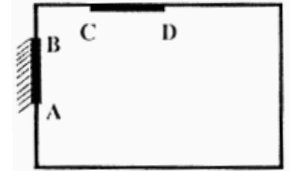


0,9 мА, вольтметр  $V_2$  показує 0,25 В. що показує вольтметр  $V_1$ ? Чому дорівнює напруга на батареї?

2. У циліндричній посудині радіусом  $R$ , що частково заповнена рідиною, густина якої  $\rho$ , у боковій стінці є отвір, що закритий пробкою. Яку роботу необхідно виконати, щоб удавити пробку в посудину на відстань  $L$ ? Пробка має форму циліндра радіусом  $r$ . Центр отвору знаходиться на глибині  $h$ . Посудина достатньо висока, що рідина з неї не вилілася. Тертям знехтувати.

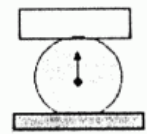


3. У яких точках кімнати повинна перебувати людина, щоб вона могла бачити у дзеркалі АВ весь екран телевізора CD. Розв'яжіть задачу графічно.
4. Спортсмени біжать із однаковими швидкостями  $v$  колоною, довжина якої  $l_0$ . Назустріч їм біжить тренер із швидкістю  $u$  ( $u < v$ ). Кожен із спортсменів, порівнявшись із тренером, біжить назад з тією ж швидкістю  $v$ . Якою буде довжина колони, коли всі спортсмени розвернуться?
5. До якої температури слід охолодити шматок алюмінію, щоб після занурення його у воду з температурою  $0^\circ\text{C}$  він піднявся з дна внаслідок обмерзання льодом?



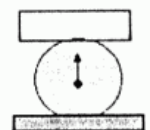
### 10 клас

1. Шкала терезів для домашнього зважування проградуєвана до 1 кг. Як, маючи крім терезів, котушки з нитками, зважити книгу, маса якої становить біля 2 кг?
2. До якої температури слід охолодити шматок алюмінію, щоб після занурення його у воду з температурою  $0^\circ\text{C}$  він піднявся з дна внаслідок обмерзання льодом?
3. Оцініть, на яку висоту  $H$  підніметься стріла, випущена з лука вертикально вгору. Маса стріли 20 г, довжина тятиви 1,2 м. тятиву відтягують на 7 см. Силу пружного натягу тятиви вважати величиною сталою, яка дорівнює 350Н.
4. Під час гри у хокей шайба вдаряється об поверхню льоду під кутом  $45^\circ$  до вертикалі і відскакує під кутом  $60^\circ$ , втративши половину кінетичної енергії. Знайдіть коефіцієнт тертя шайби по поверхні льоду. Дію сили тяжіння за час удару не враховуйте. Рух шайби вважати поступальним.
5. Один моль одноатомного газу здійснює цикл, що складається з двох ізохор і двох ізобар. При цьому максимальний тиск в  $n_1 = 2$  рази більший мінімального, а максимальний об'єм в  $n_2 = 3$  рази більший мінімального. Визначити коефіцієнт корисної дії такого циклу.



### 11 клас

1. Шкала терезів для домашнього зважування проградуєвана до 1 кг. Як, маючи крім терезів, котушки з нитками, зважити книгу, маса якої становить біля 2 кг?



2. Під час гри у хокей шайба вдаряється об поверхню льоду під кутом  $45^\circ$  до вертикалі і відскакує під кутом  $60^\circ$ , втративши половину кінетичної енергії. Знайдіть коефіцієнт тертя шайби по поверхні льоду. Дію сили тяжіння за час удару не враховуйте. Рух шайби вважати поступальним.
3. Один моль одноатомного газу здійснює цикл, що складається з двох ізохор і двох ізобар. При цьому максимальний тиск в  $n_1 = 2$  рази більший мінімального, а максимальний об'єм в  $n_2 = 3$  рази більший мінімального. Визначити коефіцієнт корисної дії такого циклу.
4. Знайти ЕРС і внутрішній опір джерела струму, якщо при силі струму  $15\text{ А}$  воно віддає у зовнішнє коло потужність  $135\text{ Вт}$ , а при силі струму  $6\text{ А}$  – потужність  $64,8\text{ Вт}$ .
5. Пружинний маятник вивели з положення рівноваги і відпустили. Через який мінімальний час, починаючи від початку коливань, його потенціальна енергія буде дорівнювати кінетичній, якщо маса маятника, а жорсткість пружини  $10\text{ Н/м}$ .

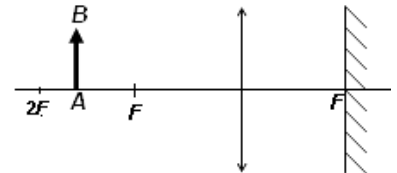
### 2010-2011 навчальний рік

#### 7 клас

1. Як за допомогою терезів можна визначити площу будь-якої плоскої фігури, вирізаної із жести?
2. За добу молодий бамбук може вирости на  $86,4\text{ см}$ . На скільки він виросте за одну секунду?
3. Вінницька телевізійна вежа висотою  $350\text{ м}$  має масу  $10000\text{ т}$ . Яку масу мала б точна модель цієї вежі висотою  $35\text{ см}$ ?
4. У склянці знаходяться два шари рівної маси води при температурах  $0$  і  $8^\circ\text{C}$ . Чи зміниться загальний об'єм рідини при вирівнюванні температур?
5. Сплав складається з олова масою  $2\text{ кг}$  і свинцю масою  $500\text{ г}$ . Яка густина сплаву, коли вважати, що об'єм сплаву рівний сумі об'ємів його складових частин? Густина олова  $7300\text{ кг/м}^3$ , а густина свинцю  $11300\text{ кг/м}^3$ .

#### 8 клас

1. Побудуйте зображення предмета АВ в оптичній системі, яка складається зі збірної лінзи і плоского дзеркала.



2. Колонна військ, рухається із швидкістю  $5\text{ км/год}$ , розтягнулася по дорозі на відстань  $400\text{ м}$ . Командир, який знаходиться у хвості колони, направляє з дорученням велосипедиста до головного (першого) загону. Велосипедист рухається зі швидкістю  $25\text{ км/год}$  і, на ходу виконавши доручення, одразу повертається назад з тією ж швидкістю. Через який час після отримання доручення велосипедист повернувся назад?
3. Ескалатор метро піднімає людину, що стоїть нерухомо на ньому, протягом  $1\text{ хв}$ . По нерухомому ескалатору людина піднімається пішки

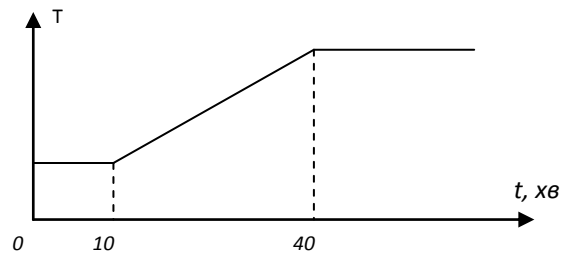
протягом 3 хв. Скільки часу витратить людина на підйом пішки по ескалатору, який рухається?

- Злиток латуні отримали з міді і цинку. При цьому виявили, що густина сплаву  $9 \text{ г/см}^3$ . Визначити масу цинку в сплаві, якщо відомо, що об'єм злитку менший за сумарний об'єм міді і цинку на  $6 \text{ см}^3$ . Густина цинку дорівнює  $7 \text{ г/см}^3$ , а густина міді дорівнює  $9 \text{ г/см}^3$ .
- Пружину стискають на  $2 \text{ см}$  силою  $4 \text{ кН}$ . У скільки разів потрібно збільшити силу, що стискає пружину, для того, щоб пружина скоротилась ще на  $3 \text{ см}$ ?

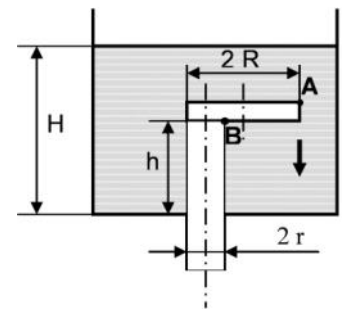
### 9 клас

- Розв'язуючи задачу, учень одержав відповідь  $500 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^3}$ . Яку фізичну величину він знаходив?
- Одного разу на день народження Знайка Незнайко подарував незвичний подарунок – кришталеву вазу, всередині якої було поміщено кришталеве яблуко. Але Знайко, засумнівавшись в тому, що яблуко насправді кришталеве, спробував в цьому переконатись. Однак вийняти яблуко з вази, не розбиваючи її, було не можливо, тому Знайко застосував фізичні методи. Що він зробив, щоб перевірити свої припущення?

- У калориметр помістили суміш води й льоду і рівномірно нагрівають її. Графік залежності температури від часу зображено на рисунку. Визначте початкове співвідношення мас води і льоду. Коли температура знову почне змінюватися?  $c_{\text{в}} = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ ,  $\lambda = 3,35 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ ,  $r = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ .



- Із посудини, заповненої водою, виходить трубка радіусом  $r$  і висотою  $h$ . Трубка закрита круглою пластиною радіусом  $R$  і масою  $M$ , яку притискує до трубки вода. З якою силою  $F$  треба подіяти на пластину в точці  $A$  (в напрямку стрілки), щоб вона повернулася і відкрила трубку. Посудина заповнена водою до висоти  $H$ . Товщиною пластини знехтувати.



- Мідний провідник вагою  $0,1 \text{ Н}$  має опір  $1 \text{ мОм}$ . Знайти діаметр його поперечного перерізу, якщо густина міді  $8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , а її питомий опір  $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

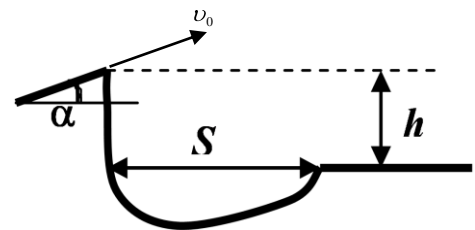
### 10 клас

- Розв'язуючи задачу, учень одержав відповідь  $5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}^2 \cdot \text{м}^3}{\text{с}^4 \cdot \text{Н}}$ . Яку фізичну величину він знаходив?

- Вінні-Пух, полізши на дерево за медом, зірвався з гілки і почав падати в низ так, що його прискорення за час падіння змінюється лінійно від нуля до значення прискорення вільного падіння. Через 2 с Вінні-Пух з прискоренням  $g$  падає на землю. Знайдіть швидкість приземлення Вінні-Пуха.
- Куля радіусом  $R$ , яка ковзає по гладенькій горизонтальній поверхні, наштовхнулася на сходинку висотою  $h=R/5$ . При якій швидкості руху куля «застрибне» на сходинку? Удар кулі об сходинку абсолютно пружний. Тертя відсутнє.
- Для охолодження кулемета під час стрільби в його кожух наливають 5 л води при температурі  $10^\circ\text{C}$ . За кожну секунду кулемет робить 10 вистрілів. При цьому в кожному патроні згорає 3 г пороху. За який час википить вся вода в кожусі, якщо ККД процесу теплообміну 25 %, а ККД кулемета 30 %? З якою швидкістю вилітає куля із ствола кулемета, якщо її маса 10 г?. Питома теплота згорання пороху  $3,8 \cdot 10^6$  Дж/кг, питома теплоємність води  $4,2 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К), питома теплота пароутворення води  $2,3 \cdot 10^6$  Дж/кг. Стрільба проходить безперервно.
- Гальванометр з опором  $R_r$ , шунтований опором  $R_{ш}$  і з'єднаний послідовно з опором  $R$ , використаний у якості вольтметра. Він дає відхилення стрілки на одну поділку на 1 В. Як потрібно змінити опір  $R$ , щоб гальванометр давав відхилення на одну поділку на 10 В?

### 11 клас

- Розв'язуючи задачу, учень одержав відповідь  $5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{Ом}}$ . Яку фізичну величину він знаходив?
- На піратському кораблі, який вирушив на пошук скарбів, сталася надзвичайна подія: пошкоджено корабельний компас. Але юнга, взявши склянку води, дрібку нашатиря ( $\text{NH}_4\text{Cl}$ ), ножиці, моток мідного дроту, невелику цинкову пластину і корок, швидко визначив сторони світу, допомігши кораблю відновити правильний курс. Як це йому вдалося?
- Мотоцикліст в'їжджає на високий край яру. Яку мінімальну швидкість повинен мати мотоцикліст в момент відриву від краю, щоб перескочити яр? ( $\alpha = 15^\circ$ ,  $S = 3$  м,  $h = 1,5$  м).
- Куля радіусом  $R$ , яка ковзає по гладенькій горизонтальній поверхні, наштовхнулася на сходинку висотою  $h=R/5$ . При якій швидкості руху куля «застрибне» на сходинку? Удар кулі об сходинку абсолютно пружний. Тертя відсутнє.
- Планету масою  $M_n$  і радіусом  $R_n$  оточує атмосфера постійної густини, яка складається з ідеального газу молярної маси  $M$ . Визначте температуру  $T$  атмосфери біля поверхні планети, якщо товщина атмосфери  $h$  набагато менша від радіуса планети.





## 2011-2012 навчальний рік

### 7 клас

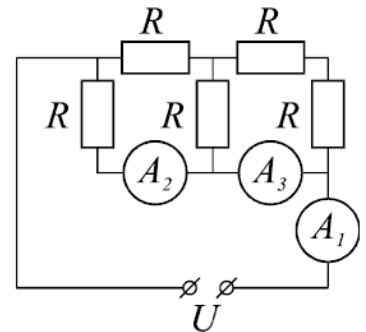
1. Як визначити густину невідомої рідини, використовуючи тільки склянку, воду і терези з важками?
2. У скільки разів відрізняються маси суцільного кубика з довжиною ребра 8 см та порожнистого кубика таких самих розмірів, який виготовлено з того самого матеріалу, з товщиною стінок 2 см?
3. За спеціальним замовленням було виготовлено з міді збільшену копію футбольного кубку «Євро-2012». Для цього витрачено стільки ж міді, скільки для виготовлення 343 «звичайних» кубків «Євро-2012». Скільки «звичайних» кубків можна було б пофарбувати тією фарбою, якою пофарбували цю збільшену копію?
4. Чому дві частини розбитої чашки не можна з'єднати, навіть міцно притиснувши їх одна до одної, а шматки пластиліну чи глини можна з'єднати, легко стикуючи їх руками?
5. У куску кварцу, маса якого 102,5 г, є невеликий самородок золота. Густина куска  $7,98 \text{ г/см}^3$ . Визначити масу золота, що міститься в кварці, якщо густина кварцу  $2,65 \text{ г/см}^3$ , а золота –  $19,36 \text{ г/см}^3$ .

### 8 клас

1. Брусок масою 1 кг має форму паралелепіпеда. Лежачи на одній із граней, він створює тиск 500 Па, лежачи на іншій – тиск 1 кПа, стоячи на третій грані – тиск 2 кПа. Які розміри бруска?
2. На стінці кімнати висить плоске дзеркало у формі ромбу з діагоналями 16 см та 12 см. Лампочка висить на відстану 2 м від стінки із дзеркалом та 1 м від протилежної стінки. Знайдіть, на якій відстані від протилежної стінки знаходиться зображення нитки розжарення лампочки у дзеркалі, форму та розміри «зайчика», отриманого від дзеркала на протилежній стінці. Нитку розжарення лампочки можна вважати точковим джерелом світла.
3. Джерело світла знаходиться на відстані 35 см від збірної лінзи з фокусною відстанню 20 см. По іншу сторону лінзи на відстані 38 см розташована розсіююча лінза з фокусною відстанню 12 см. Де буде знаходитися зображення джерела?
4. Плавець пливе проти течії річки і зустрічає порожній човен, що пливе за течією. Плавець продовжує пливти ще 30 хв після моменту зустрічі, а потім повертає назад і наздоганяє човен за 3 км від місця їх зустрічі. Визначити швидкість течії річки.
5. Уявіть собі, що ви з товаришем, знаходячись у пустині, знайшли викинуту кимось пилочку від лобзика. При цьому ваш товариш, не використовуючи ніяких інших предметів, з'ясував, що пилочка намагнічена. Як він це дізнався?

**9 клас**

1. До висячої дуже тонкої пружини з жорсткістю  $k$  підвісили кульку. Спочатку пружина не розтягнута. Згодом кульку відпускають. Якої максимальної швидкості досягне кулька під час свого руху? Маса кульки  $m$ .
2. Поясніть, чому близькозорі люди часто нахиляють окуляри, а далекозорі - насовують окуляри на ніс? В якому випадку потрібно було б робити навпаки?
3. Визначити струми  $I_1, I_2, I_3$ , які проходять відповідно через амперметри  $A_1, A_2$ , та  $A_3$  (мал.). Напруга  $U = 10$  В, опір  $R = 100$  Ом. Опором амперметрів знехтувати.
4. При встановленні терморегулятора в положення «капрон» праска періодично вмикається на  $\tau_1=10$  с і вимикається на  $T_1=40$  с. Поверхня праски при цьому нагрівається до  $t_1=100$  °С. При встановленні терморегулятора «бавовна» праска періодично вмикається на  $\tau_2=20$  с і вимикається на  $T_2=30$  с. Визначити, яка температура поверхні праски  $t_2$  встановиться в цьому положенні терморегулятора. До якої температури  $t_3$  нагріється увімкнута праска, якщо терморегулятор зіпсується? Вважати, що тепловіддача пропорційна різниці температур праски і навколишнього повітря. Температура в кімнаті  $t_0=20$  °С.
5. Комар летить паралельно до головної оптичної вісі збірної лінзи з фокусної лінзи  $0,2$  м зі швидкістю  $0,6$  м/с в напрямку до лінзи. В момент  $t_0=0$  відстань від комара до площини лінзи дорівнює  $2,5$  м. Побудуйте хід променів, що формують зображення комара, і визначте відстань від площини лінзи до зображення комара через час  $4$  с.

**10 клас**

1. Турист, вийшовши з палатки, йшов рівниною, піднявся на гору й одразу повернувся тією ж дорогою. При цьому турист пройшов  $12$  км, а вся подорож зайняла  $3$  год  $30$  хв. Яка довжина спуску, якщо рівниною турист йшов зі швидкістю  $4$  км/год, вгору – зі швидкістю  $2$  км/год, а вниз – зі швидкістю  $6$  км/год? Чи можна було б знайти довжину спуску, якби вся подорож зайняла  $4$  год, швидкість руху туриста рівниною була  $3$  км/год, а решта даних лишилася б такою самою?
2. В герметично закритій посудині у воді плаває шматок льоду масою  $M$ , в якому знаходиться свинцева дробинка масою  $m$ . Яку кількість теплоти потрібно затратити, щоб дробинка почала тонути? Густина свинцю  $11,3$  г/см<sup>3</sup>, густина льоду  $900$  кг/м<sup>3</sup>, теплота плавлення льоду  $330$  кДж/кг. Температура води у посудині  $0$  °С.
3. Як можна визначити густину невідомої речовини, маючи в розпорядженні посудину з водою та мензурку, вага якої відома? Терезів немає.
4. Парашутист певний час падає, не розкриваючи парашута, а потім розкриває. Як залежать від часу швидкість і прискорення парашутиста? Накреслити наближені графіки швидкості і прискорення парашутиста.

5. Магнітофонна стрічка перемотується з однієї котушки на іншу. Кутова швидкість котушки-приймача постійна і дорівнює  $\omega$ , радіус порожньої котушки  $R$ , товщина стрічки  $h$ . Яка буде швидкість подачі стрічки через час  $t$  після початку руху?

### 11 клас

1. Турист, вийшовши з палатки, йшов рівниною, піднявся на гору й одразу повернувся тією ж дорогою. При цьому турист пройшов 12 км, а вся подорож зайняла 3 год 30 хв. Яка довжина спуску, якщо рівниною турист йшов зі швидкістю 4 км/год, вгору – зі швидкістю 2 км/год, а вниз – зі швидкістю 6 км/год? Чи можна було б знайти довжину спуску, якби вся подорож зайняла 4 год, швидкість руху туриста рівниною була 3 км/год, а решта даних лишилася б такою самою?
2. Гальванічний елемент замкнутий на два паралельні провідники. Чи зменшиться струм у цих провідниках, якщо збільшити їх опір?
3. Гармата стоїть на залізничній платформі, яка перебуває на горизонтальній ділянці шляху. Маса платформи із гарматою і боезапасом становить 50 т, маса одного снаряда – 25 кг. Гармата робить постріл в горизонтальному напрямку вздовж залізничної колії. Початкова швидкість снаряда 1000 м/с. Яку швидкість матиме платформа після другого пострілу? Тертям і опором повітря знехтувати.
4. Чому дорівнює період коливань математичного маятника завдовжки 50 см, що здійснює вільні коливання в кабіні літака, який піднімається під кутом  $30^\circ$  до горизонту з прискоренням  $1,2 \text{ м/с}^2$ ?
5. В останню секунду вільного падіння Вінні-Пух пройшов шлях вдвічі більший, ніж за попередню. З якої висоти падав Вінні-Пух?

### 2012-2013 навчальний рік

#### 7 клас

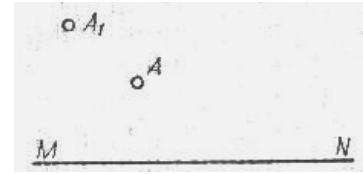
1. На поверхню води вилили 100 л нафти. Яку площу займе розлита нафта, якщо товщину шару вважати рівною  $1/4000$  мм?
2. Еритроцити крові людини – це диски діаметром  $7 \cdot 10^{-6}$  м і товщиною  $10^{-6}$  м. В  $1 \text{ мм}^3$  крові міститься близько  $5 \cdot 10^6$  таких дисків. Якщо в дорослої людини є 5 л крові, то скільки в ній еритроцитів?
3. Залізобетон – це з'єднання бетону і залізної арматури в єдину конструкцію. Чому як арматуру використовують саме залізо, а не інші метали?
4. Чому після миття підлоги у кімнаті відчувається прохолода?
5. Чому тепла і рідка їжа ліпше засвоюється організмом?

#### 8 клас

1. Маша (з мультфільму «Маша і ведмідь») прийняла участь у велосипедних перегонах. Першу третину дистанції вона проїхала із швидкістю  $v$ . Друга третина шляху проходила у горах, тому середня швидкість Маші на цій ділянці виявилася меншою на третину. На останній третині шляху вона

здійснила фінальний ривок і завершила перегони першою. Якою була швидкість велосипеда Маші на останній третині шляху, якщо її середня швидкість протягом всього заїзду також дорівнювала  $v$ ?

2. За допомогою лінзи, головна оптична вісь якої  $MN$ , одержано зображення  $A_1$  точки  $A$  (див. мал.). Де знаходиться лінза, яка це лінза і де її фокус?

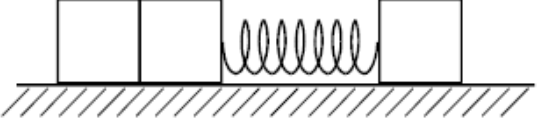
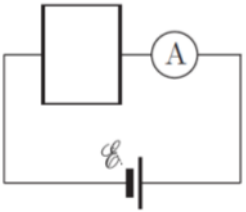


3. На столі в один ряд лежать 10 кубиків. З якою силою потрібно стиснути кубики, взявшись за два крайніх руками, щоб відірвати їх від стола? Маса кубиків  $m$ , коефіцієнт тертя кубика до кубика  $\mu$ .
4. Відомо, що швидкість кульки, яка рухається під дією сили тяжіння, при наближенні до землі збільшується, а швидкість дощової краплі, навпаки, зменшується. Поясніть це явище.
5. Куля, що до половини занурена у воду, лежить на дні посудини і давить на нього із силою, що дорівнює третині сили тяжіння. Знайти густину матеріалу кулі.

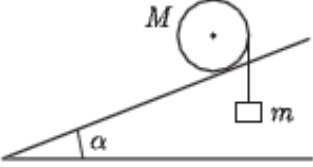
### 9 клас

- Щоб вийняти цвях довжиною 10 см з дерева, необхідно прикласти початкову силу 2 кН. Яку роботу необхідно виконати, щоб повністю вийняти цвях з дерева?
- Не дуже гнучий алюмінієвий провідник діаметром 2,5 мм покритий льодом. Загальний діаметр провідника з льодом дорівнює 3,5 мм. Початкова температура провідника з льодом  $0^\circ\text{C}$ . По провіднику пустили електричний струм силою 15 А. За який час весь лід перетвориться на воду? Густина льоду  $900\text{ кг/м}^3$ , а його питома теплота плавлення  $340\text{ кДж/кг}$ . Питомий опір алюмінію  $2,8 \cdot 10^{-8}\text{ Ом}\cdot\text{м}$ ?
- Два спортсмени-веслярі, які весь час веслюють з однаковою силою, пливуть на човнах: перший за течією річки, другий – проти течії. Коли човни розминалися, один із спортсменів кинув у човен другого естафетну дерев'яну паличку. Спортсмени не помічають, що паличка впала у воду на лінії розминання човнів, і продовжують рухатися з тими самими швидкостями. Через 10 хв після цього моменту спортсменів повідомили, що естафетна паличка пливе за течією річки, тому вони змінили напрям руху на зворотний. яка швидкість течії, якщо другий спортсмен може наздогнати естафетну паличку на відстані 2 км від місця розминання човнів? На якій відстані від місця розминання човнів зустрінеться з паличкою перший спортсмен?
- Точкове джерело світла рухається із сталою швидкістю  $v$  в площині, яка перпендикулярна до головної оптичної осі тонкої збірної лінзи. Знайти швидкість, з якою рухається зображення джерела світла, якщо фокусна відстань лінзи  $f$ , а відстань від площини до лінзи дорівнює  $4f$ .
- На чому ґрунтується прикмета: якщо блискавка має червонуватий відтінок, то гроза далеко, а якщо вона фіолетова, то гроза близько?

## 10 клас

1. Координати тіла змінюються з часом за законом:  $x = 2t^2 - 4t - 1$ ;  $y = 8t - 3$ ;  $z = 5$ . Числові значення виражені в одиницях СІ. На яку відстань переміститься тіло за проміжок часу  $[1 \text{ с}, 4 \text{ с}]$ ?
2. На гладенькій поверхні знаходиться у стані спокою система, яка складається з трьох однакових кубиків масою  $m$  і пружини жорсткістю  $k$  (див. мал.). Два кубика закріплені на пружині, а третій – вільний. Спочатку пружина стиснута на величину  $\Delta x$ . Пружину відпускають. Визначте швидкість лівого кубика в момент відриву.
 
3. Одного сонячного ранку цвіркун сидів на асфальті. Коли Сонце піднялось на кут  $\alpha$  над горизонтом, він стрибнув в сторону Сонця з початковою швидкістю  $v_0$  під кутом  $\beta$  до горизонту. З якою швидкістю рухається по асфальту тінь цвіркуна через проміжок часу  $t$  після стрибка?
4. Є дві однакові сталеві шпичі, з яких одна намагнічена. Як дізнатися, яка із шпичей намагнічена, не користуючись нічим, окрім самих шпичей?
5. Фізик-експериментатор Іван Петрович склав електричне коло, яке складається з джерела струму, ЕРС якого дорівнює  $15 \text{ В}$ , амперметра і прямокутної посудини. Ліва і права (див. мал.) стінки цієї посудини виготовленні з матеріалу, що проводить електричний струм і підключені в коло, а інші сторони і дно струм не проводять. В результаті своїх експериментів дослідник встановив, що якщо посудина до половини засипати металевими ошурками, то амперметр покаже силу струму  $6 \text{ А}$ . Знайти внутрішній опір джерела струму. Опором амперметра знехтувати.
 

## 11 клас

1. Струна завдовжки  $75 \text{ см}$  натягнута з силою  $50 \text{ Н}$ , а її кінці закріплені нерухомо. До середини струни прикріплено маленьку кульку масою  $1 \text{ г}$ . Визначити частоту малих коливань кульки. Дію сили тяжіння не враховувати і масою струни знехтувати порівняно з масою кульки.
2. Циліндр масою  $M$  помістили на залізну колію, яка нахилена під кутом  $\alpha$  до горизонту (див. мал.). Вантаж якої мінімальної маси  $m$  необхідно прикріпити до намотаної на циліндр мотузки, щоб він почав котитися вгору? Пробуксовуванням циліндра знехтувати.
 
3. На круглому столі, кришка якого має радіус  $R$  і масу  $M$ , лежить, торкаючись кришки, диск радіусом  $r$  і масою  $m$ . Де повинні бути розташовані ніжки стола, щоб вони однаково тиснули на підлогу?
4. Під поршнем в циліндрі перерізом  $S$  знаходиться повітря при температурі  $T_0$  і купка піску. При нагріванні повітря до температури  $T$  поршень

- піднімається над дном від початкової висоти  $h_0$  до  $h$ . Знайти сумарний об'єм піщинок в купці, якщо тиск повітря залишається незмінним?
5. В однорідне електричне поле, вектор напруженості якого напрямлений горизонтально, помістили без початкової швидкості кульку масою  $m$  і зарядом  $+q$ . Напишіть рівняння траєкторії кульки  $y = f(x)$ , спрямувавши вісь  $x$  від початкового положення кульки вздовж вектора напруженості, а вісь  $y$  вниз?

### 20013-2014 навчальний рік

#### 7 клас

1. набір складається із 30 тягарців: 1г, 2г, 3г, 4г, 5г, 6г, ..., 30 г. 1) Яка загальна маса набору тягарців? 2) З набору забрали 10 тягарців загальною масою, що складає третину від початкової маси. Чи можна розкласти решту тягарців на дві шальки терезів таким чином, щоб ті були у рівновазі? Якщо так, то запропонуйте послідовність дій?
2. Кахельна плитка має форму прямокутника розмірами 15х30 см. Яку мінімальну кількість таких плиток знадобиться, щоб викласти дві стінки розмірами 2,1х3 м та 1,9х3,6 м? Якщо плитку розрізати, то можна використати лише одну якусь її частину?
3. Чому механічні наручні годинники рекомендується заводити зранку, а не ввечері, коли знімаєте їх з руки?
4. Для приготування гречаної каші домогосподарка залила 650 г гречки водою об'ємом 1,5 л. Скільки води википіло під час приготування каші, вважаючи, що вода або википіла, або поглинається гречкою і йде на збільшення об'єму зерна? Густина сухої зернини гречки  $1,3 \text{ г/см}^3$ , вареної –  $1,1 \text{ г/см}^3$ .
5. Є невеликий моток мідного дроту, мірний циліндр з водою, олівець і учнівський зошит у клітинку. Як оцінити довжину дроту, якщо повністю його розмотувати заборонено?

#### 8 клас

1. Ворона сидить на дереві, висота якого 6 м. На дереві, що росте на відстані 6 м від першого, висить шматок сиру на висоті 2 м. Між деревами протікає річка. Який мінімальний шлях необхідно пролетіти вороні до шматка сиру, попередньо змочивши дзьоб водою?
2. Три спортсмени одночасно починають велокрос і рухається на дистанції рівномірно: перший зі швидкістю 10 м/с, другий – 9,8 м/с. Другий спортсмен на фініші відстав від першого на 10 с, зате виграв 5 с у третього. З якою швидкістю рухався третій спортсмен?
3. Юний турист йде з Крижополя до Піщанки. Першу половину шляху він рухався із швидкістю 2,4 км/год, потім половину часу, що залишився – зі швидкістю 5 км/год, решту шляху він подолав із швидкістю, що чисельно рівна середній швидкості руху хлопчика на всьому шляху подорожі. Знайти середню швидкість руху юного туриста на всьому шляху.

4. У мензурці налито три шари рідин – ртуті, води та машинного мастила товщиною по 20 см кожен. На якій глибині тиск у рідині дорівнює 7,9 кПа? Атмосферний тиск не враховуйте.
5. Лупа дає збільшення в два рази. Щільно до неї приклали збиральну лінзу з оптичною силою 20 дптр. Яке збільшення даватиме така складна лінза?

### 9 клас

1. Вага у воді прозорого каменя, знайденого на Поділлі, виявилася у 1,4 рази меншою, ніж у повітрі. На користь скла чи алмазу слугують результати досліджень геологів? Густина скла –  $2,5 \text{ г/см}^3$ , густина алмазу –  $3,5 \text{ г/см}^3$ .
2. Чому, спускаючись по канату «на руках», можна обпекти долоні? Яка кількість теплоти може виділитися, якщо висота канату 5 м, а маса людини 70 кг?
3. На один кінець легенького стержня довжиною 20 см нанизано намистину, густина якої складає  $2 \text{ г/см}^3$ . На відстані 3 см від іншого кінця розміщена друга намистина. Середина стержня підвішена до нитки і стержень займає горизонтальне положення у повітрі. Якщо систему опустити у воду, то для збереження рівноваги другу намистину необхідно перемістити на кінець стержня. Яка густина другої намистини?
4. Визначити питому теплоємність механічної суміші, яка складається з порошку міді масою 150 г та порошку алюмінію масою 300 г. Питома теплоємність міді –  $380 \text{ Дж/кг}\cdot^\circ\text{C}$ , алюмінію –  $920 \text{ Дж/кг}\cdot^\circ\text{C}$ .
5. Юний турист йде з Крижополя до Піщанки. Першу половину шляху він рухався із швидкістю 2,4 км/год, потім половину часу, що залишився – зі швидкістю 5 км/год, решту шляху він подолав із швидкістю, що чисельно рівна середній швидкості руху туриста на всьому шляху подорожі. Знайти середню швидкість руху юного туриста на всьому шляху?

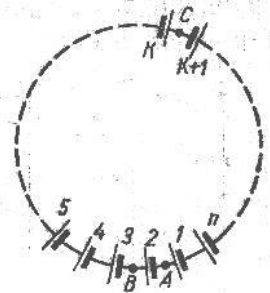
### 10 клас

1. Супутник телезв'язку виведено на колову орбіту так, що він перебуває над однією і тією ж точкою в площині земного екватора. Визначте радіус орбіти супутника.
2. З однорідної дротини довжиною  $l$  і поперечним перерізом  $S$  виготовили квадрат з однією діагоналлю. Визначити опір квадрата при підключенні його різними вершинами. Питомий опір матеріалу дротини  $\rho$ .
3. З балкона висотного будинку ( $h = 20 \text{ м}$ ) хлопчик кинув вертикально вгору м'яч, який після цього впав на поверхню Землі. Визначити швидкість руху на середині пройденого м'ячем шляху?
4. Відстань між двома автобусними зупинками рівна 400 м. Автобус, відійшовши від зупинки і досягши максимальної швидкості 36 км/год рухається рівномірно, а перед наступною зупинкою гальмує. Який шлях автобус пройшов, рухаючись рівномірно, якщо рух від однієї зупинки до іншої зайняв 1 хв, а розгін й гальмування автобуса проходили при постійних (не обов'язково рівних) прискореннях?

5. До коромисла зрівноважених рівноплечих терезів підвішено два тягарі рівної маси, але різних об'ємів. Якщо перший тягар занурити у воду, а другий – в олію, то рівновага збережеться. У скільки разів відрізняються густини тягарів? Густина олії –  $900 \text{ кг/м}^3$ .

### 11 клас

1. Два студенти, Сергій та Святослав, які живуть у сусідніх кімнатах, вирішили зекономити, з'єднавши свої світильники послідовно. Вони домовились, що встановлять лампочки по 100 Вт і будуть платити за електроенергію порівну. Однак, кожен з них вирішив отримати краще освітлення за рахунок іншого: Сергій встановив лампочку потужністю 200 Вт, а Святослав – лампочку потужністю 50 Вт. Котрий із студентів отримає краще освітлення і який з них платитиме за іншого?
2. Кілька однакових гальванічних елементів з'єднано провідниками, опори яких дуже малі (див. мал.). Визначити напругу між довільними точками замкненого кола на підвідних проводах, наприклад, між точками *A* і *B* або між точками *A* і *C*.
3. Петрик Пяточкин, здійснивши постріл з рогатки вертикально вгору, влучив каменем у карниз будинку, який знаходиться на висоті 20 м, після чого камінь впав на землю. Вважаючи удар абсолютно непружним (камінь після удару повністю втрачає швидкість), визначити силу удару, якщо відомо, що початкова швидкість каменя 25 м/с, його маса 100 г і камінь падає на землю через 3,01 с після пострілу.
4. Тонкий діелектричний стержень, на кінцях якого закріплено дві різнойменно зарядженні кульки, поміщають в однорідне електричне поле напруженістю *E* паралельно його силовим лініям. Яку роботу потрібно затратити, щоб повернути стержень з кульками на  $180^\circ$ ? Довжина стержня *l*, заряд кожної кульки *q*.
5. На відстані 2 см від провідної нескінченної пластинки знаходиться заряд 1 нКл. Знайти потенціал електричного поля у точці, що знаходиться на відстані 3 см від заряду і 2 см від пластинки.  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$



## Всеукраїнська учнівська олімпіада з фізики II етап м. Вінниця

### Розв'язки та відповіді

2009-2010 навчальний рік

#### 7 клас

**Задача 1.** Можливі два розв'язки:

#### Перший спосіб

1. Взяти суху тканину. Визначити її масу  $m_1$ .
2. Змочити її морською водою. Визначити її масу  $m_2$ .



3. Висушити тканину і знову зважити, знайшовши масу її масу  $m_3$ .
4. Знайти масу солі ( $m_3 - m_1$ ), тоді маса морської води ( $m_2 - m_1$ )
5. Процентний вміст солі:  $k = \frac{m_3 - m_1}{m_2 - m_1} 100\%$

### Другий спосіб

Взяти два однакових об'єми морської та чистої (дистильованої води) і виміряти їх маси  $m_M$  і  $m_D$ . Різниця  $m_M$  і  $m_D$  є маса солі, що розчинена в морській воді (об'ємом солі в розчині нехтуємо) тоді вміст солі знаходимо:

$$k = \frac{m_M - m_D}{m_M} 100\%$$

### Задача 2.

Дано:

$$t_1 = 1 \text{ с}, V_1 = 1 \text{ дм}^3, V = 0,25 \text{ м}^3$$

$t$ -?

Розв'язання

$$1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3$$

$$0,25 \text{ м}^3 = 250 \text{ дм}^3$$

$$n = \frac{V}{V_1}, n = \frac{250 \text{ дм}^3}{1 \text{ дм}^3} = 250$$

$$t = nt_1$$

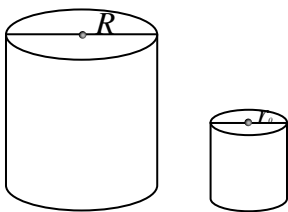
$t = 250$  с – час, який потрібен для складання кубиків 1-ю дитиною, а оскільки їх було – 2, то  $t = 125$  с.

### Задача 3.

Дано:

$$h = 4h_0, r = 4r_0$$

$V$ -?



Розв'язання

$$\begin{cases} V = Sh \\ V_0 = S_0 h_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = \pi R^2 h \\ V_0 = \pi r_0^2 h_0 \end{cases}$$

$$V = \pi (4r_0)^2 4h_0$$

$$V = 64\pi r_0^2 h_0$$

$$V = 64V_0$$

Відповідь: ємність відрізняється в 64 рази.

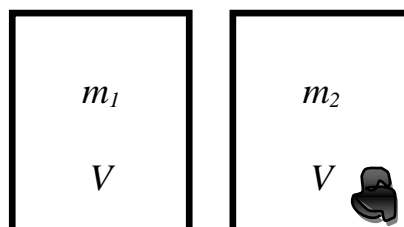
### Задача 4.

Дано:

$$m_1 = 44 \text{ г}, m_M = 10 \text{ г}, m_2 = 53 \text{ г}$$

$\rho$ -?

Розв'язання



$$\rho = \frac{m_M}{V_M}$$

$m_e$  – маса води,  $m_n$  – маса пробірки;

$$m_1 = m_B + m_n$$

$m_M$  – маса металу;

$$m_2 = m_B + m_n + m_M - \Delta m$$

$$m_2 - m_1 = m_B + m_n + m_M - \Delta m - m_B - m_n$$

$$m_2 - m_1 = m_M - \Delta m$$

$$\Delta m = m_M + m_1 - m_2$$

$$V_M = V_B$$

$$V_B = \frac{\Delta m}{\rho_B}$$

$$\Delta m = 10\text{г} + 44\text{г} - 53\text{г} = 1\text{г}$$

$$V_B = \frac{1\text{г}}{1\text{г}/\text{см}^3} = 1\text{см}^3$$

$$\rho = \frac{10\text{г}}{1\text{см}^3} = 10\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

Відповідь: густина металу  $10\text{ г/см}^3$ .

### Задача 5.

Для визначення скирти при заданій густині речовини необхідно заміряти її об'єм та помножити його на густину:

$$m = \rho V$$

Вважаючи скирту паралелепіпедом об'єм слід розраховувати як добуток її лінійних розмірів:

$$V = abc$$

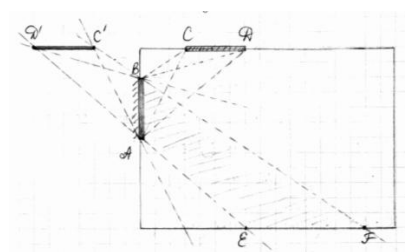
Остаточо отримаємо:

$$m = \rho abc$$

### 8 клас

#### Задача 1.

Знаходячись в будь-якій точці заштрихованого чотирикутника  $ABFE$  людина може бачити весь екран телевизора  $CD$ .



#### Задача 2.

Дано:

$$v_1 = 60\text{ км/год}, v_2 = 15\text{ км/год}, v_3 = 45\text{ км/год}, t_2 = t_3, S_1 = S/2$$

$v_{\text{сер}} = ?$

Розв'язання

$$v_{\text{сер}} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_2}$$

$$v_{\text{сер}(2,3)} = \frac{S_2 + S_3}{t_2 + t_2}$$

$$\begin{aligned}
 t_2 &= t_3 = t \\
 t_2 &= t_3 = t \\
 S_2 &= v_2 t_2 \\
 S_3 &= v_3 t_3 \\
 v_{\text{сер}(2,3)} &= \frac{v_2 t_2 + v_3 t_3}{2t} = \frac{v_2 t + v_3 t}{2t} = \frac{v_2 + v_3}{2} \\
 v' = v_{\text{сер}(2,3)} &= \frac{15 \text{км/год} + 45 \text{км/год}}{2} = 30 \text{км/год} \\
 v_{\text{сер}(1,2,3)} &= \frac{S_1 + (S_2 + S_3)}{t_1 + (t_2 + t_3)} \\
 S_1 &= \frac{S}{2}; S_2 + S_3 = \frac{S}{2} \\
 t_1 &= \frac{S}{2v_1}; t_2 + t_3 = \frac{S}{2v'} \\
 v_{\text{сер}} &= \frac{S}{\frac{S}{2v'} + \frac{S}{2v_1}} = \frac{S 2v_1 v'}{(v' + v_1)S} = \frac{2v' v_1}{v' + v_1} \\
 v_{\text{сер}} &= \frac{2 \cdot 60 \text{км/год} \cdot 30 \text{км/год}}{(60 \text{км/год} + 30 \text{км/год})} = 40 \text{км/год}
 \end{aligned}$$

*Відповідь:* середня швидкість на всьому шляху 40 км/год.

### Задача 3.

*Дано:*

$$v, l_0, u < v$$

$l$ -?

*Розв'язання*

Розглянемо систему відліку пов'язану з тренером. Швидкість спортсменів, що наближаються до тренера:

$$v_1 = v + u$$

Швидкість спортсменів, що віддаляються від тренера:

$$v_2 = v - u$$

Довжина колони після розвороту всіх спортсменів буде дорівнювати шляху, який подолає перший спортсмен після того як розвернеться сам і до моменту, коли останній спортсмен порівняється з тренером. Шлях, що пробіжить перший спортсмен:

$$s = (v - u)t = l$$

$t$  – час за який останній в колоні добіжить до тренера (початок відліку часу – момент розвороту першого спортсмена).

$$t = \frac{l_0}{v + u}$$

$$l = (v - u) \frac{l_0}{v + u}$$

### Задача 4.

*Дано:*

$$\Delta V = 50 \text{см}^3, \Delta m = 175 \text{г}, \rho_a = 2,7 \text{г/см}^3, \rho_m = 8,9 \text{г/см}^3$$

$V_a$ -?  $V_m$ -?  $m_a$ -?  $m_m$ -?

*Розв'язання*

$$\begin{cases} \Delta V = V_a - V_M \\ \Delta m = m_M - m_a \end{cases}$$

$$m_M = m_a + \Delta m; V_a = V_M + \Delta V$$

$$\rho_M V_M = \rho_a V_a + \Delta m$$

$$\rho_M V_M = \rho_a (V_M + \Delta V) + \Delta m$$

$$\rho_M V_M = \rho_a V_M + \rho_a \Delta V + \Delta m$$

$$\rho_M V_M = \rho_a V_M + \rho_a \Delta V + \Delta m$$

$$\rho_M V_M - \rho_a V_M = \rho_a \Delta V + \Delta m$$

$$V_M (\rho_M - \rho_a) = \rho_a \Delta V + \Delta m$$

$$V_M = \frac{\rho_a \Delta V + \Delta m}{\rho_M - \rho_a}$$

$$V_a = \frac{\rho_a \Delta V + \Delta m}{\rho_M - \rho_a} + \Delta V; V_a = V_M + \Delta V$$

$$m_M = \rho_M \frac{\rho_a \Delta V + \Delta m}{\rho_M - \rho_a}; m_M = \rho_M V_M$$

$$m_a = m_M - \Delta m$$

$$m_a = \rho_M \frac{\rho_a \Delta V + \Delta m}{\rho_M - \rho_a} - \Delta m$$

$$V_M = \frac{2,7 \text{ г/см}^3 \cdot 50 \text{ см}^3 + 175 \text{ г}}{8,9 \text{ г/см}^3 - 2,7 \text{ г/см}^3} = 50 \text{ см}^3$$

$$V_a = 50 \text{ см}^3 + 50 \text{ см}^3 = 100 \text{ см}^3$$

$$m_M = 8,9 \text{ г/см}^3 \cdot 50 \text{ см}^3 = 445 \text{ г}$$

$$m_a = 445 \text{ г} - 175 \text{ г} = 270 \text{ г}$$

*Відповідь:*  $V_M = 50 \text{ см}^3, V_a = 100 \text{ см}^3, m_M = 445 \text{ г}, m_a = 270 \text{ г}$

### Задача 5.

*Розв'язання*

Під час варіння сосиски, як і будь-які інші тіла, нагріваючись, розширюються, змінюючи власні лінійні розміри.

Зміна довжини виражається наступною залежністю:

$$l = l_0(1 + \alpha T)$$

А зміна лінійних розмірів у діаметральному напрямку:

$$d = d_0(1 + \alpha T),$$

оскільки всі розміри змінюються однаковою

Так як площа поперечного перерізу сосиски квадратично залежить від діаметра ( $S = \frac{\pi d^2}{4}$ ) то відносне видовження вздовж діаметра більше за відносне видовження по довжині. Тому плівка лопається швидше внаслідок поперечного розширення.

### 9 клас

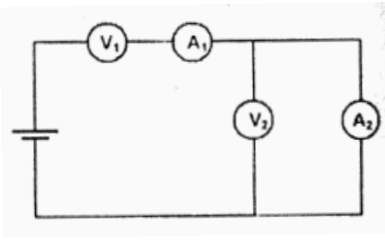
#### Задача 1.

*Дано:*

$$I_1 = 1,1 \text{ мА} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ А}, I_2 = 0,9 \text{ мА} = 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ А}, U_2 = 0,25 \text{ В}$$

$U_1$ -?  $U$ -?

Розв'язання



$$I = I_1$$

$$I_{B_2} = I_1 - I_2 = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ A} - 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$R_{B_2} = \frac{U_2}{I_{B_2}} = \frac{0,25 \text{ В}}{0,2 \cdot 10^{-3} \text{ А}} = 1250 \text{ Ом}$$

$$R_{B_2} = R_{B_1}$$

$$U_1 = I_1 \frac{U_2}{I_{B_2}} = I_1 \frac{U_2}{I_1 - I_2} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ А} \frac{0,25 \text{ В}}{0,2 \cdot 10^{-3} \text{ А}} \approx 1,38 \text{ В}$$

$$R_{A_2} = R_{A_1}$$

$$R_{A_1} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{0,25 \text{ В}}{0,9 \cdot 10^{-3} \text{ А}} = 277,8 \text{ Ом}$$

$$U_{A_1} = I_1 R_{A_1} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ А} \cdot 277,8 \text{ Ом} \approx 0,31 \text{ В}$$

$$U = U_2 + U_1 + U_{A_1} = 0,25 \text{ В} + 1,38 \text{ В} + 0,31 \text{ В} = 1,94 \text{ В}$$

Відповідь:  $U_{A_1} = 0,31 \text{ В}$ ,  $U = 1,94 \text{ В}$

### Задача 2.

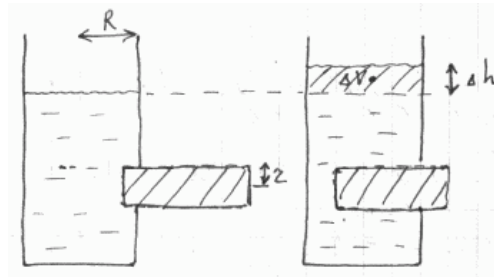
Дано:

$R$ ,  $r$ ,  $\rho$ ,  $L$ ,  $h$

$A$ -?

І спосіб

Розв'язання



Робота по вдавлюванню пробки дорівнюватиме збільшенню потенціальної енергії деякої маси води в об'ємі  $\Delta V$ :

$$A = \Delta E_{\text{п}} \quad (1)$$

$$A = \Delta E_{\text{п}} = \Delta m g \left( h + \frac{\Delta h}{2} \right) = \rho \Delta V \left( h + \frac{\Delta h}{2} \right) \quad (2)$$

Врахувавши, що об'єм витісненої води дорівнює об'єму втисненої частини пробки:

$$\Delta V = \Delta V_{\text{пр}} \quad (3)$$

$$\Delta V = \pi R^2 \Delta h \quad (4)$$

$$V_{\text{пр}} = \pi r^2 L \quad (5),$$

$$\text{тоді } \pi R^2 \Delta h = \pi r^2 L \quad (6)$$

$$\text{Звідки } \Delta h = \frac{r^2 L}{R^2} \quad (7)$$

Підставимо 7 і 4 в 2

$$A = \rho \pi r^2 L g \left( h + \frac{r^2 L}{2R^2} \right) = \frac{1}{2} \pi r^2 \rho g L \left( 2h + \frac{r^2 L}{R^2} \right)$$

Відповідь:  $A = \frac{1}{2} \pi r^2 \rho g L \left( 2h + \frac{r^2 L}{R^2} \right)$

### П сносіб

#### Розв'язання

Робота по вдавлюванню пробки дорівнює роботі по подоланню сили гідростатичного тиску:

$$A = F_c L \quad (1)$$

$F_c$  – середня сила гідростатичного тиску

$$F_c = p_c S_{\text{пр}} \quad (2)$$

$$\text{де } p_c = \frac{p_{\text{поч}} + p_{\text{кінц}}}{2} = \frac{\rho g h + \rho g (h + \Delta h)}{2} = \frac{\rho g (h_2 + \Delta h)}{2} \quad (3)$$

$$S_{\text{пр}} = \pi r^2 \quad (4)$$

Враховуючи, що об'єм виштовхнутої води дорівнює об'єму вдавненої частини пробки:

$$\pi R^2 \Delta h = \pi r^2 L \quad (5)$$

$$\Delta h = \frac{r^2 L}{R^2} \quad (6)$$

Підставимо 4 і 3 в 2:

$$F_c = \frac{\rho g (h_2 + \Delta h)}{2} \pi r^2 \quad (7)$$

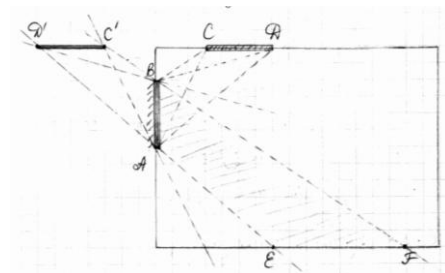
Підставимо 7 і 6 в 1:

$$A = \frac{1}{2} \pi r^2 \rho g L \left( 2h + \frac{r^2 L}{R^2} \right)$$

Відповідь:  $A = \frac{1}{2} \pi r^2 \rho g L \left( 2h + \frac{r^2 L}{R^2} \right)$

### Задача 3.

Знаходячись в будь-якій точці заштрихованого чотирикутника  $ABFE$  людина може бачити весь екран телевізора  $CD$ .



### Задача 4.

Дано:

$$v, l_0, u < v$$

$l$  - ?

#### Розв'язання

Розглянемо систему відліку пов'язану з тренером. Швидкість спортсменів, що наближаються до тренера:

$$v_1 = v + u$$

Швидкість спортсменів, що віддаляються від тренера:

$$v_2 = v - u$$

Довжина колони після розвороту всіх спортсменів буде дорівнювати шляху, який подолає перший спортсмен після того як розвернеться сам і до моменту, коли останній спортсмен порівняється з тренером. Шлях, що пробіжить перший спортсмен:

$$s = (v - u)t = l$$

$t$  – час за який останній в колоні добіжить до тренера (початок відліку часу – момент розвороту першого спортсмена).

$$t = \frac{l_0}{v + u}$$

$$l = (v - u) \frac{l_0}{v + u}$$

Відповідь:  $l = (v - u) \frac{l_0}{v + u}$

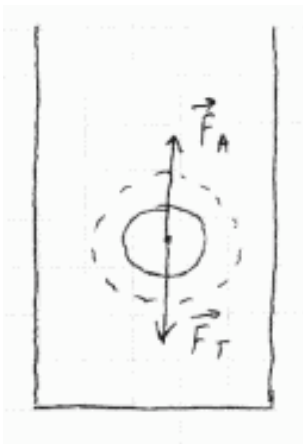
### Задача 5.

Дано:

$$\lambda_a = 33 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}, c_a = 880 \text{ Дж/(кг}^\circ\text{C)}, \rho_a = 2700 \text{ кг/м}^3, \rho_l = 900 \text{ кг/м}^3, \rho_b = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$\tau$  - ?

Розв'язання



$$F_T = F_A$$

$$\begin{cases} (m_a + m_l) = \rho_b g (V_a + V_l) \\ \lambda m_l = c m_a (t - \tau) \end{cases}$$

$$-\tau = \frac{\lambda_b m_l}{c_a m_a}$$

$$\tau = -\frac{\lambda_b m_l}{c_a m_a}; V_a = \frac{m_a}{\rho_a}; V_l = \frac{m_l}{\rho_l}$$

$$m_a + m_l = \rho_b \left( \frac{m_a}{\rho_a} + \frac{m_l}{\rho_l} \right)$$

$$m_a + m_l = \frac{\rho_b}{\rho_l} m_a + \frac{\rho_b}{\rho_l} m_l$$

$$m_a \left( 1 - \frac{\rho_b}{\rho_a} \right) = m_l \left( \frac{\rho_b}{\rho_l} - 1 \right)$$

$$\frac{m_l}{m_a} = \frac{1 - \frac{\rho_b}{\rho_a}}{\frac{\rho_b}{\rho_l} - 1}$$

$$\tau = -\frac{\lambda_b \left( 1 - \frac{\rho_b}{\rho_a} \right)}{c_a \left( \frac{\rho_b}{\rho_l} - 1 \right)} = -\frac{\lambda_b \rho_l (\rho_a - \rho_b)}{c_a \rho_a (\rho_b - \rho_l)}$$

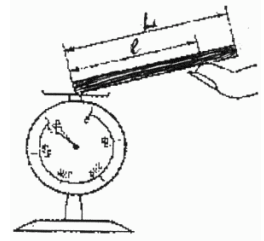
$$\tau = -\frac{330 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \left( 1 - \frac{1000 \text{ кг/м}^3}{2700 \text{ кг/м}^3} \right)}{880 \text{ Дж/кг}^\circ\text{C} \left( \frac{1000 \text{ кг/м}^3}{900 \text{ кг/м}^3} - 1 \right)} = -2148^\circ\text{C}$$

Так як такої температури досягти неможливо, то спричинити охолодженням підняття шматка алюмінію теж неможливо.

### 10 клас

#### Задача 1.

Відірвати нитку, довжина якої рівна довжині книги. Скласти нитку вдвоє, вчетверо, у вісім разів і відкласти від верхнього краю книги відрізки, рівні одній четвертій та одній восьмій її довжини. Отримані точки помітити олівцем. Після цього покласти нижній край книги на терези, підперши її пальцем в одній з відмічених точок, як показано на малюнку. (При цьому стрілка терезів повинна виходити за межі шкали). Оскільки книга знаходиться в стані спокою, то сума моментів сил, що повертають книгу проти годинникової стрілки навколо осі, яка проходить через кінчик пальця, рівна сумі моментів сил, що повертають книгу за годинниковою стрілкою відносно цієї осі. В першому напрямі книгу повертає сила тяжіння  $Mg$ , плече якої рівне  $l - \frac{L}{2}$ , оскільки вона прикладена до центра тяжіння книги, що знаходиться посередині. За годинниковою стрілкою книгу обертає сила реакції опори (шальки терезів)  $mg$  ( $m$  – покази терезів), плече якої рівне  $l$ . Тоді з умови рівності моментів:



$$Mg \left( l - \frac{L}{2} \right) = mgl, \quad \text{звідки } M = 2lm(2l - L)$$

Відповідь:  $M = 2lm(2l - L)$

#### Задача 2.

Дано:

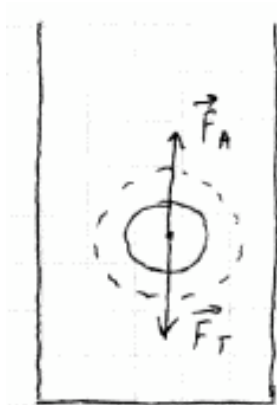
$$\lambda_a = 33 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}, \quad c_a = 880 \text{ Дж/(кг}^\circ\text{C)}, \quad \rho_a = 2700 \text{ кг/м}^3,$$

$$\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_b = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$\tau$  - ?

Розв'язання

$$\begin{aligned} F_T &= F_A \\ \begin{cases} (m_a + m_l) = \rho_b g (V_a + V_l) \\ \lambda m_l = c m_a (t - \tau) \\ -\tau = \frac{\lambda_b m_l}{c_a m_a} \end{cases} \\ \tau &= -\frac{\lambda_b m_l}{c_a m_a}; \quad V_a = \frac{m_a}{\rho_a}; \quad V_l = \frac{m_l}{\rho_l} \\ m_a + m_l &= \rho_b \left( \frac{m_a}{\rho_a} + \frac{m_l}{\rho_l} \right) \\ m_a + m_l &= \frac{\rho_b}{\rho_l} m_a + \frac{\rho_b}{\rho_l} m_l \\ m_a \left( 1 - \frac{\rho_b}{\rho_a} \right) &= m_l \left( \frac{\rho_b}{\rho_l} - 1 \right) \end{aligned}$$





$$\frac{m_{\text{л}}}{m_{\text{а}}} = \frac{1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{а}}}}{\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1}$$

$$\tau = -\frac{\lambda_{\text{в}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{а}}}\right)}{c_{\text{а}} \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1\right)} = -\frac{\lambda_{\text{в}} \rho_{\text{л}} (\rho_{\text{а}} - \rho_{\text{в}})}{c_{\text{а}} \rho_{\text{а}} (\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}})}$$

$$\tau = -\frac{330 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \left(1 - \frac{1000 \text{ кг/м}^3}{2700 \text{ кг/м}^3}\right)}{880 \text{ Дж/кг}^\circ\text{С} \left(\frac{1000 \text{ кг/м}^3}{900 \text{ кг/м}^3} - 1\right)} = -2148^\circ\text{С}$$

Так як такої температури досягти неможливо, то спричинити охолодженням підняття шматка алюмінію теж неможливо.

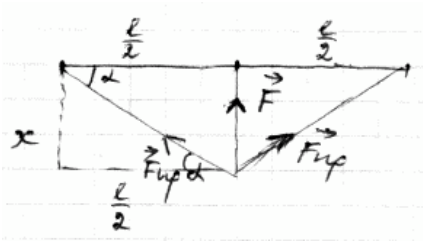
### Задача 3.

Дано:

$$x = 7 \text{ см} = 7 \cdot 10^{-2} \text{ м}, F_{\text{пр}} = 350 \text{ Н}, l = 1,2 \text{ м}, m = 20 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$h_{\text{max}} = ?$

Розв'язання



$$\text{За малюнком } F = 2F_{\text{пр}} \sin \alpha \quad (1)$$

$$\text{Оскільки } x \ll l, \text{ то } \sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha = \frac{2x}{l} \quad (2)$$

Підставимо (2) в (1)

$$F = \frac{2F_{\text{пр}} 2x}{l} = \frac{4F_{\text{пр}} x}{l};$$

$$A = F_{\text{сп}} x = \frac{F}{2} x \quad (3)$$

$$A = \frac{4F_{\text{пр}} x \cdot x}{2l} = \frac{2F_{\text{пр}} x^2}{l} \quad (4)$$

$$E_{\text{п max}} = mgh_{\text{max}} \quad (5)$$

Прирівняємо (4) і (5)

$$\frac{2F_{\text{пр}} x^2}{l} = mgh_{\text{max}}$$

$$h_{\text{max}} = \frac{2F_{\text{пр}} x^2}{mgl}$$

$$h_{\text{max}} = \frac{2 \cdot 350 \text{ Н} \cdot 49 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2}{20 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 1,2 \text{ м}} = 14,58 \text{ м} \approx 14,6 \text{ м}$$

Відповідь:  $h_{\text{max}} \approx 14,6 \text{ м}$

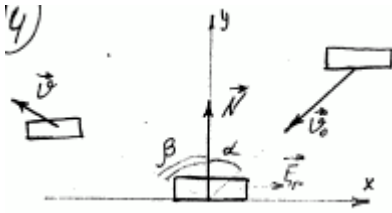
### Задача 4.

Дано:

$$x = 7 \text{ см} = 7 \cdot 10^{-2} \text{ м}, F_{\text{пр}} = 350 \text{ Н}, l = 1,2 \text{ м}, m = 20 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$h_{\text{max}} = ?$

## Розв'язання



$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

Вважаючи час удару  $\Delta t$   $\vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}$

$$(x): F_x \Delta t = \Delta p_x; F_x = F_{\text{тр}} = \mu N.$$

$$(y): F_y \Delta t = \Delta p_y; F_y = N.$$

$$\Delta p_x = -mv \sin \beta - (-mv_0 \sin \alpha);$$

$$\Delta p_y = mv \cos \beta - (-mv_0 \cos \alpha);$$

$$\mu N \Delta t = mv_0 \sin \alpha - mv \sin \beta$$

$$N \Delta t = mv_0 \cos \alpha + mv \cos \beta$$

Звідси  $\mu = \frac{v_0 \sin \alpha - v \sin \beta}{v_0 \cos \alpha + v \cos \beta}$ . Врахувавши, що під час удару шайба втрачає половину кінетичної енергії,  $\frac{mv_0^2}{2} = 2 \frac{mv^2}{2}$ . Тоді  $v = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$ . Звідси:

$$\mu = \frac{\sqrt{2} \sin \alpha - \sin \beta}{\sqrt{2} \cos \alpha + \cos \beta} = \frac{2 - \sqrt{3}}{3} = 0,09$$

Відповідь:  $\mu = 0,09$

## Задача 5.

Дано:

$$n_1=2, n_2=3$$

$\eta$ -?

## Розв'язання

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}; Q_1 - Q_2 = A; \eta = \frac{A}{Q_1}$$

Робота циклу виражається площею прямокутника вершини якого позначені цифрами 1,2,3,4.

$$A = (p_1 - p_2)(V_2 - V_1)$$

$$A = (n_1 - 1)(n_2 - 1)p_1 V_1$$

Теплота, яку отримав газ  $Q_1 = Q_{1,2} + Q_{2,3}$ , де:

$$Q_{1,2} = mc_V(T_2 - T_1) = m \frac{i}{2} \frac{R}{M} (T_2 - T_1) = \frac{i}{2} R \frac{m}{M} (T_2 - T_1).$$

Відповідно до умови задачі газ одноатомний, а  $\frac{m}{M} = 1$  моль.

Тоді:

$$Q_{1,2} = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1); Q_{2,3} = mc_p(T_3 - T_2) = m \frac{i+2}{2} \frac{R}{M} (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} R \frac{m}{M} (T_3 - T_2)$$

Температуру  $T_1$  знаходимо з рівняння  $T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}$

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{R}, T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = T_1 \frac{n_1 p_1}{p_1} = n_1 T_1$$

$$T_3 = T_2 \frac{V_2}{V_1} = T_2 \frac{n_2 V_1}{V_1} = n_2 T_2 = n_2 n_1 T_1$$

$$Q_1 = \frac{3}{2} R(n_1 - 1) \frac{p_1 V_1}{R} + \frac{5}{2} R n_1 T_1 (n_2 - 1) p_1 V_1 = \frac{p_1 V_1}{2} [3(n_1 - 1) + 5n_1(n_2 - 1)].$$

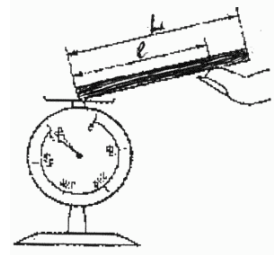
$$\eta = \frac{2(n_1 - 1)(n_2 - 1)p_1 V_1}{p_1 V_1 [3(n_1 - 1) + 5n_1(n_2 - 1)]} = \frac{2(n_1 - 1)(n_2 - 1)}{5n_1 n_2 - 2n_1 - 3} = 0,17$$

Відповідь:  $\eta = 0,17$

## 11 клас

## Задача 1.

Відірвати нитку, довжина якої рівна довжині книги. Скласти нитку вдвоє, вчетверо, у вісім разів і відкласти від верхнього краю книги відрізки, рівні одній четвертій та одній восьмій її довжини. Отримані точки помітити олівцем. Після цього покласти нижній край книги на терези, підперши її пальцем в одній з відмічених точок, як показано на малюнку. (При цьому стрілка терезів повинна виходити за межі шкали). Оскільки книга знаходиться в стані спокою, то сума моментів сил, що повертають книгу проти годинникової стрілки навколо осі, яка проходить через кінчик пальця, рівна сумі моментів сил, що повертають книгу за годинниковою стрілкою відносно цієї осі. В першому напрямі книгу повертає сила тяжіння  $Mg$ , плече якої рівне  $l - \frac{L}{2}$ , оскільки вона прикладена до центра тяжіння книги, що знаходиться посередині. За годинниковою стрілкою книгу обертає сила реакції опори (шальки терезів)  $mg$  ( $m$  – покази терезів), плече якої рівне  $l$ . Тоді з умови рівності моментів:



$$Mg \left( l - \frac{L}{2} \right) = mgl, \quad \text{звідки } M = 2lm(2l - L)$$

Відповідь:  $M = 2lm(2l - L)$

## Задача 2.

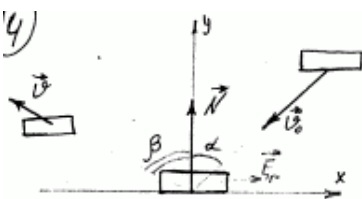
Дано:

$$x = 7 \text{ см} = 7 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \quad F_{\text{тр}} = 350 \text{ Н}, \quad l = 1,2 \text{ м}, \quad m = 20 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$h_{\text{max}} = ?$

Розв'язання

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$



Вважаючи час удару  $\Delta t \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}$

$$(x): F_x \Delta t = \Delta p_x; \quad F_x = F_{\text{тр}} = \mu N.$$

$$(y): F_y \Delta t = \Delta p_y; \quad F_y = N.$$

$$\Delta p_x = -mv \sin \beta - (-mv_0 \sin \alpha);$$

$$\Delta p_y = mv \cos \beta - (-mv_0 \cos \alpha);$$

$$\mu N \Delta t = mv_0 \sin \alpha - mv \sin \beta$$

$$N \Delta t = mv_0 \cos \alpha + mv \cos \beta$$

Звідси  $\mu = \frac{v_0 \sin \alpha - v \sin \beta}{v_0 \cos \alpha + v \cos \beta}$ . Врахувавши, що під час удару шайба втрачає

половину кінетичної енергії,  $\frac{mv_0^2}{2} = 2 \frac{mv^2}{2}$ . Тоді  $v = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$ . Звідси:

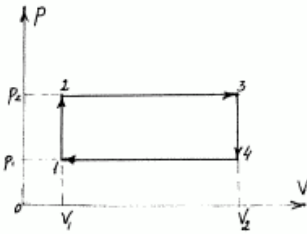
$$\mu = \frac{\sqrt{2} \sin \alpha - \sin \beta}{\sqrt{2} \cos \alpha + \cos \beta} = \frac{2 - \sqrt{3}}{3} = 0,09$$

Відповідь:  $\mu = 0,09$

**Задача 3.**

Дано:

$$n_1=2, n_2=3$$

 $\eta=?$ 

Розв'язання

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}; Q_1 - Q_2 = A; \eta = \frac{A}{Q_1}$$

Робота циклу виражається площею прямокутника вершин якого позначені цифрами 1,2,3,4.

$$A = (p_1 - p_2)(V_2 - V_1)$$

$$A = (n_1 - 1)(n_2 - 1)p_1 V_1$$

Теплота, яку отримав газ  $Q_1 = Q_{1,2} + Q_{2,3}$ , де:

$$Q_{1,2} = mc_V(T_2 - T_1) = m \frac{iR}{2M}(T_2 - T_1) = \frac{i}{2} R \frac{m}{M}(T_2 - T_1).$$

Відповідно до умови задачі газ одноатомний, а  $\frac{m}{M} = 1$  моль.

Тоді:

$$Q_{1,2} = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1); Q_{2,3} = mc_p(T_3 - T_2) = m \frac{i+2R}{2M}(T_3 - T_2) = \frac{5}{2} R \frac{m}{M}(T_3 - T_2)$$

Температуру  $T_1$  знаходимо з рівняння  $T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}$

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{R}, T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = T_1 \frac{n_1 p_1}{p_1} = n_1 T_1$$

$$T_3 = T_2 \frac{V_2}{V_1} = T_2 \frac{n_2 V_1}{V_1} = n_2 T_2 = n_2 n_1 T_1$$

$$Q_1 = \frac{3}{2} R(n_1 - 1) \frac{p_1 V_1}{R} + \frac{5}{2} R n_1 T_1 (n_2 - 1) p_1 V_1 = \frac{p_1 V_1}{2} [3(n_1 - 1) + 5n_1(n_2 - 1)].$$

$$\eta = \frac{2(n_1 - 1)(n_2 - 1)p_1 V_1}{p_1 V_1 [3(n_1 - 1) + 5n_1(n_2 - 1)]} = \frac{2(n_1 - 1)(n_2 - 1)}{5n_1 n_2 - 2n_1 - 3} = 0,17$$

Відповідь:  $\eta = 0,17$ **Задача 4.**

Дано:

$$I_1=15A, I_2=6A, P_1=135Вт, P_2=64,8 Вт$$

 $\mathcal{E}=? r=?$ 

Розв'язання

І спосіб

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}; P = I^2 R$$

$$R_1 = \frac{P_1}{I_1^2} = 0,6 \text{ Ом}$$

$$R_2 = \frac{P_2}{I_2^2} = 1,8 \text{ Ом}$$

$$\mathcal{E} = I_1(R_1 + r)$$

$$\mathcal{E} = I_2(R_2 + r)$$

$$\begin{aligned}
 I_1 R_1 + I_1 r &= I_2 R_2 + I_2 r \\
 r(I_1 - I_2) &= I_2 R_2 - I_2 R_1 \\
 r &= \frac{I_2 R_2 - I_2 R_1}{(I_1 - I_2)} = 0,2 \text{ Ом} \\
 \mathcal{E} &= 12 \text{ В}
 \end{aligned}$$

ІІ спосіб

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E} &= IR + Ir \\
 I_1 \mathcal{E} &= I_1^2 R_1 + I_1^2 r \\
 I_2 \mathcal{E} &= I_2^2 R_2 + I_2^2 r \\
 I_1 \mathcal{E} &= P_1 + I_1^2 r \\
 I_2 \mathcal{E} &= P_2 + I_2^2 r \\
 \frac{I_1}{I_2} &= \frac{P_1 + I_1^2 r}{P_2 + I_2^2 r} \\
 I_2(P_1 + I_1^2 r) &= I_1(P_2 + I_2^2 r) \\
 I_2 P_1 + I_2 I_1^2 r &= I_1 P_2 + I_1 I_2^2 r \\
 I_2 I_1^2 r - I_1 I_2^2 r &= I_1 P_2 - I_2 P_1 \\
 r(I_2 I_1^2 - I_1 I_2^2) &= I_1 P_2 - I_2 P_1 \\
 r &= \frac{I_1 P_2 - I_2 P_1}{I_2 I_1^2 - I_1 I_2^2} = 0,2 \text{ Ом} \\
 \mathcal{E} I_1 &= P_1 + I_1^2 r \\
 \mathcal{E} &= \frac{P_1 + I_1^2 r}{I_1} = 12 \text{ В}
 \end{aligned}$$

Відповідь:  $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$ ,  $r = 0,2 \text{ Ом}$

### Задача 5.

Дано:

$$W_k = W_n, m = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}, k = 10 \text{ Н/м}$$

$t_1$  - ?

Розв'язання

Рівняння гармонічних коливань маятника:

$$x = x_m \cos \omega t \quad (1),$$

де  $x_m$  – амплітуда коливань,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  – циклічна частота,  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$  – період коливань математичного маятника.

Рівняння швидкості:

$$v = \dot{x}(t) = -x_m \omega \sin \omega t \quad (2)$$

Тоді отримаємо рівняння зміни кінетичної енергії  $W_k$  та потенціальної енергії  $W_n$ :

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} (-x_m \omega \sin \omega t)^2 = \frac{1}{2} m x_m^2 \omega^2 \sin^2 \omega t$$

$$W_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} (x_m \cos \omega t)^2 = \frac{1}{2} m x_m^2 \omega^2 \cos^2 \omega t$$

За умовою  $W_k = W_n$  в момент часу  $t_1$ , тоді:

$$\frac{1}{2} m x_m^2 \omega^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} m x_m^2 \omega^2 \cos^2 \omega t$$

$$\frac{\sin^2 \omega t_1}{\cos^2 \omega t_1} = \frac{k}{m \omega^2}$$

Враховуючи, що  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}} = \sqrt{\frac{k}{m}}$  маємо:

$$\frac{\sin^2 \omega t_1}{\cos^2 \omega t_1} = 1$$

$$\operatorname{tg}^2 \omega t_1 = 1$$

$$\operatorname{tg} \omega t_1 = 1$$

$$\omega t_1 = \frac{\pi}{4} + \pi n, n = 0, 1, 2 \dots$$

Якщо час  $t_1$  – мінімальний, то  $\omega t_1 = \frac{\pi}{4}$ ,

$$t_1 = \frac{\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,08 \text{ с}$$

Відповідь:  $t_1 = 0,08 \text{ с}$

### 2010-2011 навчальний рік

#### 7 клас

1. Гончаренко С.І., Корженевич Є.Л. **Задачі для фізичних олімпіад.** – К.: Радянська школа, 1975. – 168 с.

Спочатку треба визначити масу кусочка матеріалу, площа якого дорівнює одиниці. Для цього досить зважити квадратик, виготовлений з того самого матеріалу. Поділивши масу всієї фігури на масу вибраної одиниці площі, дістанемо площу фігури.

2. Лукашик В.И. **Физическая олимпиада в 6-7 кл. средней школы: Пособие для учащихся.** – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1987. – 192 с.  
Відповідь: 0,01 мм.

3. Лукашик В.И. **Физическая олимпиада в 6-7 кл. средней школы: Пособие для учащихся.** – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1987. – 192 с. (задача перероблена автором-упорядником).

Відповідь: 10 г.

Висота, довжина і ширина кожної деталі моделі будуть зменшені в

$\frac{350 \text{ м}}{0,35 \text{ м}} = 1000$  разів. Тому об'єм кожної деталі буде зменшений в  $1000 \cdot 1000 \cdot 1000 =$

$1 \cdot 10^9$  разів.

4. Гольфарб Н.И. **Сборник вопросов и задач по физике: Учеб. Пособие.** – 5-е изд. – М.: Высш. Школа, 1982. – 351 с. (задача адаптована упорядником для учнів 7 класу).

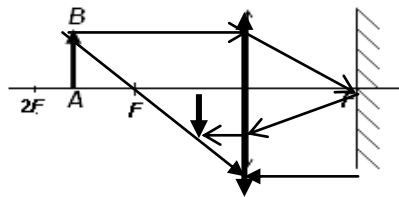
Температура води, яка встановиться у склянці, буде дорівнювати 4°C, а при цій температурі вода має найбільшу густину. Тому при вирівнюванні температур об'єм рідини в склянці зменшиться.

5. **Фізика для фізиків: навчально-методичне видання.** – Рівне, РОІШПО, № 1 (5) 2003 р.

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{m_1 + m_2}{m_1 \rho_2 + m_2 \rho_1}$$

### 8 клас

1. **Фізика для фізиків: навчально-методичне видання.** – Рівне, РОІШПО, № 4 (28) 2008 р.



2. **Гольфарб Н.И. Сборник вопросов и задач по физике: Учеб. Пособие.** – 5-е изд. – М.: Высш. Школа, 1982. – 351 с.

Відповідь: 2 хв.

Швидкість велосипедиста в системі відліку, пов'язаною з колоною, дорівнює  $v_2 - v_1$ , коли він наближається до головного загону, і  $v_2 + v_1$ , коли він повертається назад. Тому  $t = \frac{l}{v_2 - v_1} + \frac{l}{v_2 + v_1} = \frac{2lv}{v_2^2 - v_1^2}$ .

3. **Довідник з курсу фізики середньої школи з прикладами розв'язування задач / Ю.А. Соколович, Г.С. Богданова.** – Харків: Веста: Видавництво «Ранок», 2004. – 464 с.

Відповідь: 45 с.

$$S = v_1 t_1, S = v_2 t_2, S = (v_1 + v_2) \cdot t \quad t = \frac{S}{v_1 + v_2}; \quad t = \frac{S}{\frac{S}{t_1} + \frac{S}{t_2}} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}$$

5. **Фізика. 8 клас: Збірник задач / І.Ю. Ненашев.** – 2-е вид. випр. – Х.: Веста: Видавництво «Ранок», 2009. – 176 с.

Відповідь: у 2,5 разу.

### 9 клас

1. *Авторська задача.*

Відповідь: Вт (потужність).

2. **Фізика для фізиків: навчально-методичне видання.** – Рівне, РОІШПО, № 1 (29) 2009 р. (задача перероблена автором-упорядником)

Попередньо зваживши вазу з яблуком, Знайко занурив їх у посудину з рідиною і визначив об'єм кришталю, з якого виготовлено сувенір. Тоді,

розрахувавши густину і порівнявши її значення з табличним, дав відповідь на запитання, кришталеве яблуко чи ні.

**3. Фізика для фізиків: навчально-методичне видання. – Рівне, РОШПО, № 4 (24) 2007 р.**

Відповідь: 202 хв.

Нехай  $t_1 = 10$  хв,  $t_2 = 40$  хв,  $t_3$  – час, коли температура знову почне змінюватись,  $\Delta t = 100^\circ\text{C}$ . Якщо потужність нагрівника  $P$  стала, тоді кількість теплоти, що йде на плавлення льоду

$$Q_{пл} = m_n \lambda = P t_1 \quad (1);$$

кількість теплоти, що йде на нагрівання води від  $0$  до  $100^\circ\text{C}$ :

$$Q_6 = c_6 (m_n + m_6) \Delta t = P (t_2 - t_1) \quad (2);$$

кількість теплоти, що йде на випаровування води:  $Q_6 = r (m_n + m_6) = P (t_3 - t_2) \quad (3)$ .

Поділивши (2) і (3), отримаємо:  $\frac{m_6}{m_n} = \frac{(t_2 - t_1) \lambda}{t_1 c_6 \Delta t} - 1 = 1,4$ . Тоді, поділивши (3) на (2):

$$t_3 = t_2 + \frac{r(t_2 - t_1)}{c_6 \Delta t} = 202 \text{ хв.}$$

**4. Фізика для фізиків: навчально-методичне видання. – Рівне, РОШПО, № 1 (5) 2003 р.**

Пластина повертатиметься навколо точки В. Тиски води з обох боків пластини зрівноважуються скрізь, крім площинки над трубкою. Тут сила тиску води дорівнює  $F = \rho g (H - h) \pi r^2$ . Її момент відносно точки В дорівнює  $F = \rho g (H - h) \pi r^3$ . Пластина повертатиметься, якщо

$$\rho g (H - h) \pi r^2 < Mg (R - 2r) + F (R - 2r); \quad F > \frac{\rho (H - h) \pi r^3 - M (R - 2r)}{2(R - r)} g.$$

**5. Репетитор по фізиці. Електромагнетизм. Колебания и волны. Оптика.**

**Элементы теории относительности. Физика атома и атомного ядра /**

**И.Л. Касаткина. – Изд.-е 7-е, перераб. и дополн. / Под ред. Т.В. Шкиль. – Ростов н/Д.: Феникс, 2007. – 837 с.**

Відповідь: 2,4 мм.

$$P = mg; \quad m = \rho_2 l S = \rho_2 l \frac{\pi d^2}{4}; \quad P = \rho_2 l \frac{\pi d^2}{4} g \quad (1). \quad R = \rho_0 \frac{l}{S} = \rho_0 \frac{4l}{\pi d^2} \quad (2).$$

Якщо тепер розділити (1) на (2), то невідома нам довжина  $l$  скоротиться і ми отримаємо одне рівняння з одним невідомим діаметром, який з цього

рівняння і знайдемо:  $\frac{P}{R} = \frac{\rho_2 l \pi d^2 g \pi d^2}{4 \cdot 4 l \rho_0}$ ,  $\frac{P}{R} = \frac{\rho_2 d^4 g \pi^2}{16 \rho_0}$ ,  $\frac{P}{R} \left( \frac{\pi d^2}{4} \right)^2 \frac{\rho_2 g}{\rho_0}$ ,

$$\frac{\pi d^2}{4} = \sqrt{\frac{\rho_0 P}{\rho_2 g R}}, \quad d = 2 \sqrt{\frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\rho_0 P}{\rho_2 g R}}}.$$

**10 клас**

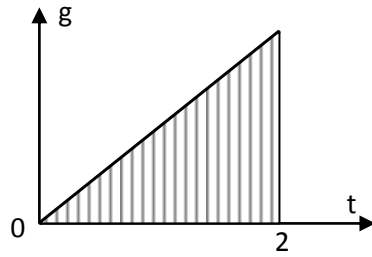
1. Авторська задача.

Відповідь: Дж (робота)



2. **Фізика для фізиків: навчально-методичне видання.** – Рівне, РОІШПО, № 4 (24) 2007 р.

Значення швидкості Вінні-Пуха дорівнює площі фігури під графіком:

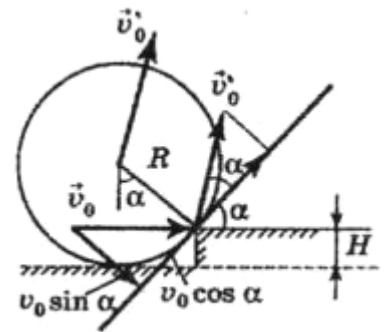


$$v = \frac{1}{2}gt \approx 10 \text{ м/с}.$$

3. **Фізика для фізиків: навчально-методичне видання.** – Рівне, РОІШПО, № 4 (28) 2008 р.

Як видно з малюнка  $\cos\alpha = \frac{R-H}{R} = \frac{4}{5}$ ,  $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ .

Швидкість центра мас після зіткнення зберігається незмінною по модулю  $v_0'$  і напрямлена під кутом до горизонту. Після зіткнення куля повинна пролетіти в горизонтальному напрямку відстань, не меншу ніж  $R\sin\alpha$ , щоб «застрибнути» на сходинку. Горизонтальна проекція швидкості відразу після зіткнення буде дорівнювати  $v_0\cos 2\alpha$ , а вертикальна  $v_0\sin 2\alpha$ .



Мінімальний час польоту кульки рівний:  $t_0 = \frac{R\sin\alpha}{v_0\cos 2\alpha}$ . Висота сходинки  $H$

повинна задовольняти умову:  $H \leq v_0\sin 2\alpha t_0 - \frac{gt_0^2}{2}$ , звідки після математичних

перетворень отримаємо:  $v^2 \geq \frac{1125}{914}gR$ . (Тут враховано, що  $\sin 2\alpha = \frac{24}{25}$ ,

$\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$ ).

4. **Репетитор по фізике. Механика. Молекулярная физика.**

**Термодинамика / И.Л. Касаткина.** – Изд.-е 7-е, перераб. и дополн. / Под ред. Т.В. Шкиль. – Ростов н/Д.: Феникс, 2007. – 844 с.

Відповідь: 7,8 хв, 827 м/с.

ККД процесу теплообміну:  $\eta_1 = \frac{t_1\rho V(\vartheta_2 - t_1^\circ) + r}{m_1 t N q} 100\%$ , звідси:

$$t = \frac{t_1\rho V(\vartheta_2 - t_1^\circ) + r}{m_1\eta N q} 100\%.$$

ККД кулемета:  $\eta_2 = \frac{m_2 v^2}{2m_1 q} 100\%$ , звідси:  $v = \sqrt{\frac{2m_1 q \eta_2}{m_2 100\%}}$ .

5. Гольфарб Н.И. Сборник вопросов и задач по физике: Учеб. Пособие. – 5-е изд. – М.: Высш. Школа, 1982. – 351 с.

Загальний опір системи  $R + \frac{R_u R_z}{R_u + R_z}$ . Щоб відхилення стрілки гальванометра не змінилося при збільшенні напруги в  $n$  разів (тобто, щоб збільшити ціну поділки в  $n$  разів), потрібно ввести додатковий опір  $R_{доод}$ , в  $(n - 1)$  рази більше опору системи. За умовою задачі,  $n = 10$ , тоді  $R_{доод} = 9 \left( R + \frac{R_u R_z}{R_u + R_z} \right)$ , а змінений опір  $R'$  буде дорівнювати:  $R' = R_{доод} + R$ ;  $R' = 10R + \frac{9R_u R_z}{R_u + R_z} = \frac{10R(R_u + R_z) + 9R_u R_z}{R_u + R_z}$ .

**11 клас**

1. Авторська задача.

Відповідь: Кл (електричний заряд).

$$\frac{Тл \cdot м^2}{Ом} = \frac{Н \cdot м^2}{Ом} = \frac{Н \cdot м^2}{А \cdot м \cdot Ом} = \frac{Н \cdot м}{А \cdot Ом} = \frac{Дж}{В} = Кл.$$

2. Фізика для фізиків: навчально-методичне видання. – Рівне, РОІШПО, № 4 (24) 2007 р.

З перерахованого набору легко зробити найпростіший гальванічний елемент, використавши в якості електроліта розчин нашатирия у воді, а для виготовлення електродів мідний дріт і цинк. Прогнувши дріт через корок, можна зробити «плаваючі електроди».

Якщо замкнути електроди соленоїдом, що складається з декількох витків дроту, по колу піде струм і соленоїд встановиться по магнітному меридіану. Оскільки знаки полюсів виготовленого елемента відомі (мідь – позитивний полюс, цинк – негативний) за правилом свердлика визначаються полюси соленоїда і, відповідно, напрямок на північний полюс Землі.

3. Рыбалка А.И., Кибец И.Н., Шкляревский И.О. 2002 задачи по физике. – Харьков: Фолио, 2003. – 783 с.

Відповідь: 16,2 км/год

Початок координат поміщаємо у точку відриву мотоцикліста від краю яру, вісь у напрямлена вгору, вісь  $x$  – вправо. Рівняння руху мотоцикліста в момент приземлення:  $x = v_0 \cos \alpha \cdot t = S$ , звідси  $t = \frac{S}{v_0 \cos \alpha}$ .  $y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = -h$ , тоді

$$-h = v_0 \sin \alpha \frac{S}{v_0 \cos \alpha} - \frac{gS^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}; \quad -h = S \operatorname{tg} \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}; \quad v_0 = \frac{S}{\cos \alpha} \sqrt{2 \left( \operatorname{tg} \alpha + \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \right)}$$

4. Див. завдання № 3 10 клас.

5. Фізика для фізиків: навчально-методичне видання. – Рівне, РОІШПО, № 1 (5) 2003 р.

Рівняння стану газу біля поверхні планети:  $pV = \frac{m}{M}RT$ , звідси  $T = \frac{pVM}{mR}$ , де

$V$  – невеликий об'єм газу біля поверхні планети. Тоді  $m = \rho V$ , отже:  $T = \frac{\rho M}{R\rho}$ .

Визначимо тиск газу за умови, що сила тиску атмосфери на поверхню планети  $pS = p4\pi R_n^2$  дорівнює силі тяжіння атмосфери, тобто:  $4p\pi R_n^2 = \rho 4\pi R_n^2 hg$ , звідси  $p = \rho gh$ . Визначимо прискорення вільного падіння за умови, що сила тяжіння атмосфери, дорівнює силі притягання атмосфери до планети:  $mg = G \frac{mM_n}{R_n^2}$ ,

$g = G \frac{M_n}{R_n^2}$ . Визначимо температуру атмосфери:  $T = \frac{M\rho h G M_n}{\rho R R_n^2}$ .

## 2011-2012 навчальний рік

7 клас

### Задача 1.

Дано:

$$\frac{\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3}{\rho_{\text{нр}} - ?}$$

*Розв'язання*

Щоб знайти  $\rho_{\text{нр}}$ , потрібно знайти масу та об'єм невідомої речовини. Скористаємось формулою:

$$m = \rho V, \text{ тобто}$$

$$\rho_{\text{нр}} = \frac{m_{\text{нр}}}{V_{\text{нр}}}$$

1) Знайдемо масу невідомої речовини:

а) на терезах зважуємо склянку – маємо масу склянки;

б) наливаємо в склянку невідому рідину і зважуємо їх на терезах, потім від маси склянки і невідомої рідини віднімаємо масу склянки і отримаємо масу невідомої рідини:

$$m_{\text{нр}} = (m_{\text{скл}} + m_{\text{нр}}) - m_{\text{скл}}$$

2) Знайдемо об'єм невідомої рідини, скориставшись склянкою:

а) за допомогою терезів знаходимо масу склянки і води разом і віднімаємо вже відому масу склянки:

$$m_{\text{в}} = (m_{\text{скл}} + m_{\text{в}}) - m_{\text{скл}}$$

б) знайдемо об'єм води:

$$V_{\text{в}} = \frac{m_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}}}$$

$$V_{\text{нр}} = V_{\text{в}} = \frac{m_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}}},$$

отже

$$\rho_{\text{нр}} = \frac{m_{\text{нр}}}{V_{\text{нр}}} = \frac{m_{\text{нр}} \cdot \rho_{\text{в}}}{m_{\text{в}}}$$

Відповідь:  $\rho_{\text{нр}} = \frac{m_{\text{нр}} \cdot \rho_{\text{в}}}{m_{\text{в}}}$

**Задача 2.**

Дано:

$$a=8 \text{ см}, h=2 \text{ см}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = ?$$

*Розв'язання*

$m_1$  – маса суцільного кубика,  $m_2$  – маса порожнистого кубика.

$$m_1 = \rho V_1$$

$$m_2 = \rho V_2$$

$V_2$  – об'єм порожнистого кубика знаходиться як різниця між об'ємом суцільного кубика і порожнини:

$$V_{\text{порожнини}} = (a - 2h)^3,$$

$$V_2 = V_1 - V_{\text{порожнини}}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{a^3}{a^3 - (a - 2h)^3}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{8^3}{8^3 - (8 - 2 \cdot 2)^3} = \frac{8^3}{8^3 - 4^3} = \frac{8}{7}$$

Відповідь:  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{8}{7}$

**Задача 3.***Розв'язання*

З умови видно, що об'єм копії в 343 рази ніж об'єм «звичайного» кубка. Відомо, якщо лінійні розміри фігур при пропорційному збільшенні зростають в  $k$  разів, то об'єм зростає в  $k^3$  разів, а площа зростає в  $k^2$  разів.

Нехай:

$V$  – об'єм копії,  $V_1$  – об'єм звичайного кубка, тоді:

$$V = 343 \cdot V_1 = 7^3 V_1$$

$S$  – площа копії,  $S_1$  – площа звичайного кубка, тоді:

$$S = 49 \cdot S_1$$

Фарби, якою пофарбували цю збільшену копію, вистачило на площу  $S$ , а це лише  $49 S_1$ . Отже пофарбувати можна лише 49 «звичайних» кубків.

Відповідь: 49.

**Задача 4.***Розв'язання*

Чашку можна вважати кристалічним тілом, отже на стику двох частин чашки сили відштовхування переважають сили притягання. Оскільки глина є аморфним, пластилін також немає кристалічної структури. При стисненні між собою цих тіл сили притягання між молекулами будуть переважати сили відштовхування.

**Задача 5.**

Дано:

$$m=102,5 \text{ г}, \rho=7,98 \text{ г/см}^3, \rho_k=2,65 \text{ г/см}^3, \rho_s=19,36 \text{ г/см}^3$$

$m_3$ -?

Розв'язання

1.  $m_3 = \rho_3 \cdot V_3$

2. Знайдемо густину сплаву:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_k + m_3}{V_k + V_3}$$

Оскільки маємо справу з твердими тілами, то об'єми твердих тіл можна додавати.

3.  $m_k = \rho_k \cdot V_k$

$$\rho = \frac{\rho_k V_k + m_3}{V}$$

$$V_k = V - V_3$$

$$V_3 = \frac{m_3}{\rho_3}$$

$$\rho = \frac{\rho_k(V - V_3) + m_3}{V} = \frac{\rho_k(V - \frac{m_3}{\rho_3}) + m_3}{V}$$

$$\rho V = \rho_k V - \rho_k \frac{m_3}{\rho_3} + m_3$$

$$\rho_k \frac{m_3}{\rho_3} - m_3 = \rho_k V - \rho V$$

$$m_3 = \frac{\rho_k V - \rho V}{\frac{\rho_k}{\rho_3} - 1}$$

$$m_3 = \frac{12,8(2,65 - 7,98)}{\frac{2,65}{19,36} - 1} = \frac{-62,8}{-0,9} = 75,8 \text{ (г)}$$

Відповідь:  $m_3 = 75,8 \text{ (г)}$

8 клас

Задача 1.

Дано:

$$m=1 \text{ кг}, g=10 \text{ Н/кг}, p_1=500 \text{ Па}, p_2=1000 \text{ Па}, p_3=2000 \text{ Па}$$

$a$ -?  $b$ -?  $c$ -?

Розв'язання

Знаходимо тиск кожної з граней використовуючи формулу:

$$p = \frac{F}{S},$$

де  $F = mg$ .

$$\begin{cases} p_1 = \frac{mg}{ab} & (1) \\ p_2 = \frac{mg}{ac} & (2) \\ p_3 = \frac{mg}{cb} & (3) \end{cases}$$

Поділимо (1) на (2)

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{mgac}{abmg} = \frac{c}{b}$$

Звідси

$$c = b \frac{p_1}{p_2} \quad (4)$$

Підставимо (4) в (3)

$$p_3 = \frac{mg}{bb \frac{p_1}{p_2}} = \frac{m g p_2}{b^2 p_1}$$

Отже

$$b = \sqrt{\frac{m g p_2}{p_1 p_3}} \quad (5)$$

Аналогічно отримаємо підстановкою (5) в (4)

$$c = \sqrt{\frac{m g p_1}{p_2 p_3}}$$

та (5) в (1)

$$a = \sqrt{\frac{m g p_3}{p_1 p_2}}$$

Відповідь:  $a=0,2$  м,  $b=0,1$  м,  $c=0,05$  м.

## Задача 2.

Дано:

$$a=0,16 \text{ м}, b=0,12 \text{ м}, S_1=1 \text{ м}, S_2=2 \text{ м}$$

$d$ -?  $H$ -?  $h$ -?

*Розв'язання*

Зображення лампочки в дзеркалі знаходиться на відстані  $S_2$ . Тому відстань від протилежної стіни до зображення лампочки:

$$d = S_1 + 2S_2$$

$$d = 1 \text{ м} + 2 \cdot 2 \text{ м} = 5 \text{ м}$$

Форма «зайчика», отриманого від дзеркала, на протилежній стіні є ромб. Знайдемо діагоналі  $H$  і  $h$  отриманого ромба.

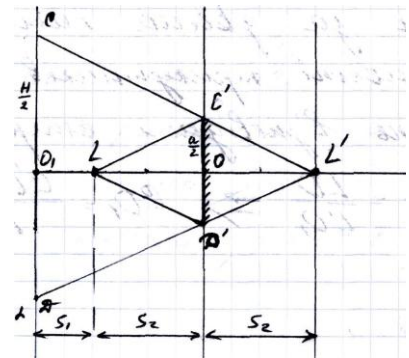
Розглянемо прямокутні трикутники  $LC'O$  і  $L'CO$ . Вони є подібними за двома катетами. З подібності трикутників випливає подібність відповідних сторін:

$$\frac{CO}{CO_1} = \frac{LO}{LO_1}$$

$$CO_1 = \frac{CO \cdot LO_1}{LO}$$

$$CO = a/2, CO_1 = H/2, LO = S_2, LO_1 = d$$

$$CO_1 = \frac{H}{2} = \frac{a}{2} \cdot \frac{d}{S_2}$$



$$H = \frac{ad}{S_2}$$

$$H = \frac{0,16\text{м} \cdot 5\text{м}}{2\text{м}} = 0,4\text{ м}$$

Аналогічно діагональ  $h$ :

$$h = \frac{bd}{S_2}$$

$$h = \frac{0,12\text{м} \cdot 5\text{м}}{2\text{м}} = 0,3\text{ м}$$

Відповідь:  $d=5\text{ м}$ ,  $H=0,4\text{ м}$ ,  $h=0,3\text{ м}$ .

### Задача 3.

Дано:

$$d_1=0,65\text{ м}, F_1=0,2\text{ м}, L=0,38\text{ м}, F_2=0,12\text{ м}$$

$$d_2=? f_2=?$$

Розв'язання

Відстань від збиральної лінзи до зображення, що вона дає знаходимо так:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1}$$

$$f_1 = \frac{d_1 F_1}{d_1 - F_1} = \frac{0,35\text{м} \cdot 0,2\text{м}}{0,35\text{м} - 0,2\text{м}} = \frac{7}{15}\text{ (м)}$$

Знайдемо відстань від цього зображення до розсіювальної лінзи:

$$d_2 = L - f_1 = 0,38\text{м} - \frac{7}{18}\text{м} = -\frac{13}{150}\text{ (м)}$$

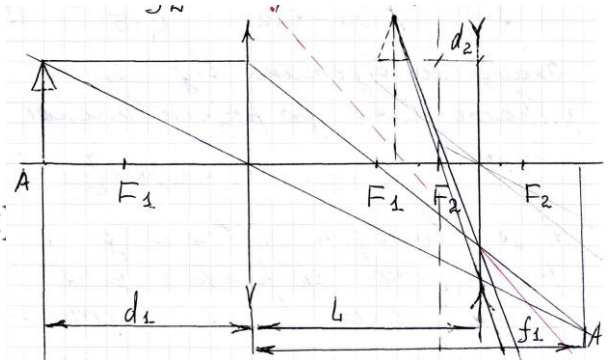
А це є випадок уявного джерела, тоді формула для розсіювальної лінзи матиме вигляд:

$$-\frac{1}{d_2} - \frac{1}{f_2} = -\frac{1}{F_2}$$

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_2}$$

$$f_2 = \frac{F_2 d_2}{F_2 - d_2} = \frac{0,12\text{м} \cdot \left(-\frac{13}{150}\text{м}\right)}{0,12\text{м} - \left(-\frac{13}{150}\text{м}\right)} = -\frac{156}{500}\text{м} = -0,13\text{ (м)}$$

$$\text{Відповідь: } d_2 = -\frac{13}{150}\text{ (м)}, f_2 = -0,13\text{ (м)}$$



### Задача 4.

Дано:

$$t=30\text{ хв}=0,5\text{ год}, s=3\text{ км}$$

$$v_T=?$$

Розв'язання

I спосіб

Якщо перейти в систему відліку, пов'язану з течією то:

- 1) човен в цій системі нерухомий;
- 2) швидкість плавця відносно течії (власна швидкість плавця) залишається постійною.

Тому плавець від моменту зустрічі з човном рухається з незмінною швидкістю, яка на обох ділянках руху однакова. Саме тому і час руху плавця від моменту зустрічі до розвороту і від розвороту до моменту зустрічі є однаковим, оскільки плавець долає двічі одну й ту ж відстань з однаковою швидкістю (відстань між човном і точкою розвороту).

Це означає, що час  $\tau$  – від моменту першої зустрічі з човном до моменту другої зустрічі з човном  $\tau = 2t$ .

За умовою, за час між двома зустрічами течія знесла човен на  $s = 3$  км відносно берега.

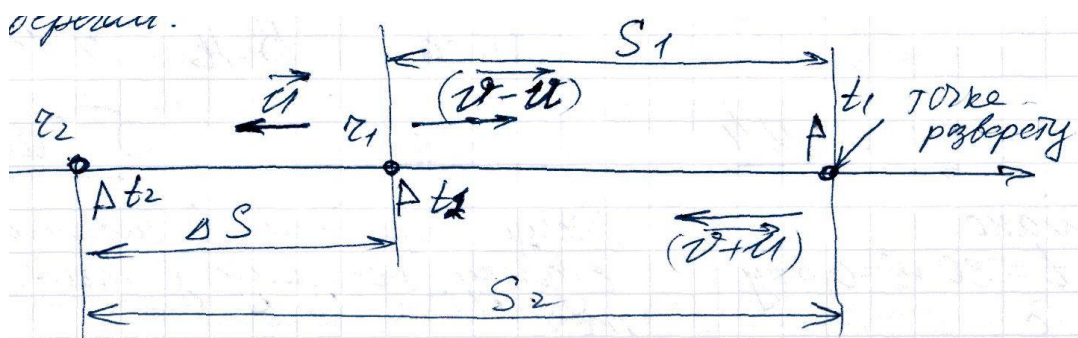
Отже, швидкість течії:

$$v_T = \frac{s}{\tau} = \frac{3 \text{ км}}{2 \cdot 0,5 \text{ год}} = 3 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

Відповідь:  $v_T = 3 \frac{\text{км}}{\text{год}}$

II спосіб

Перейдемо в систему відліку пов'язану з берегом:



$v-u$  – швидкість плавця відносно берега, при русі проти течії;

$v+u$  – швидкість плавця відносно берега, при русі за течією;

$v$  – власна швидкість плавця (у стоячій воді);

$u$  – швидкість течії;

$t_1$  – час руху плавця від моменту зустрічі до розвороту;

$t_2$  – час руху плавця від моменту розвороту до зустрічі з човном.

Шлях пройдений плавцем від моменту зустрічі з човном до розвороту відносно берега:

$$s_1 = (v - u) \cdot t_1 \quad (1)$$

Шлях пройдений плавцем від моменту розвороту до другої зустрічі з човном, пройдений відносно берега:

$$s_2 = s_1 + \Delta s = (v + u) \cdot t_2 \quad (2)$$

Шлях пройдений човном за час між двома зустрічами:

$$\Delta s = u(t_1 + t_2) \quad (3)$$

Підставимо (1) і (3) в (2):

$$(v - u) \cdot t_1 + u(t_1 + t_2) = (v + u) \cdot t_2$$



Після розкриття дужок та скорочень отримаємо:

$$t_1 = t_2 \quad (4)$$

Враховуючи (4) перепишемо (3):

$$\Delta s = u 2t_1$$

Звідки швидкість течії обрахуємо за формулою:

$$u = \frac{\Delta s}{2t_1}$$

$$u = \frac{3 \text{ км}}{2 \cdot 0,5 \text{ год}} = 3 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

Відповідь:  $u = 3 \frac{\text{км}}{\text{год}}$

## Задача 5.

### Розв'язання

Щоб з'ясувати, що пилочка намагнічена, її розламати. При цьому отримаємо два магніти з різними полюсами, які при взаємодії між собою будуть або відштовхуватись, або притягуватись.

## 9 клас

### Задача 1.

Дано:

$k, m$

$v_{\max} - ?$

### Розв'язання

В точці О куля набуває максимальної швидкості. При цьому в початковий момент:

$$E_{\text{п кулі}} = E_{\text{п пружини}}$$

$$mgh = \frac{kx^2}{2}$$

$$x = h = 2x_{\max}$$

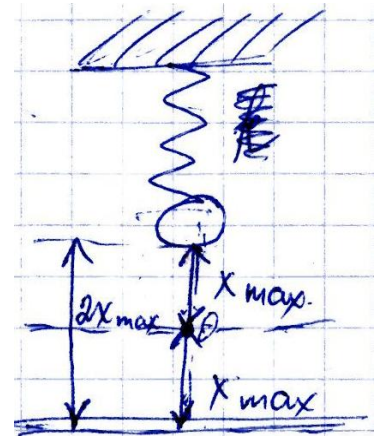
$$mgh = \frac{kh^2}{2}$$

$$h = \frac{2mg}{k}$$

$$2x_{\max} = \frac{2mg}{k}$$

$$x_{\max} = \frac{mg}{k}$$

$$x_{\max} = \frac{mg}{k}$$



II спосіб:

$$F_{\text{пр}} = F_{\text{тяж}}$$

$$kx_{\max} = mg$$

$$x_{\max} = \frac{mg}{k}$$

В точці О, тобто в середньому положенні:

$$E_{\text{к кулі}} = E_{\text{п пружини}}$$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{kx^2}{2}$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{kx^2}{m}}$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{km^2 g^2}{k^2 m}}$$

$$v_{max} = g \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Відповідь:  $v_{max} = g \sqrt{\frac{m}{k}}$

### Задача 2.

#### Розв'язання

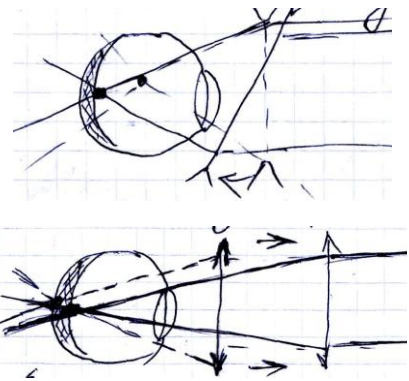
Близькозорі люди нахиляють окуляри тим самим наближаючи лінзу до кришталика ока. Це дає можливість віддалити зображення на сітківку, внаслідок зменшення оптичної сили системи лінз.

Далекозорі люди, навпаки окуляри віддаляють, насуваючи їх на ніс, для збільшення оптичної сили системи лінз: кришталік + збиральна лінза.

Відстань між оком та лінзою не перевищує фокусної відстані лінзи.

Навпаки потрібно було б робити якби:

1. людина з близькозоркістю одягнула збиральну лінзу; людина з далекозоркістю одягнула окуляри із розсіювальною лінзою.
2. люди знаходились у середовищі із більшим показником заломлення ніж у скла.



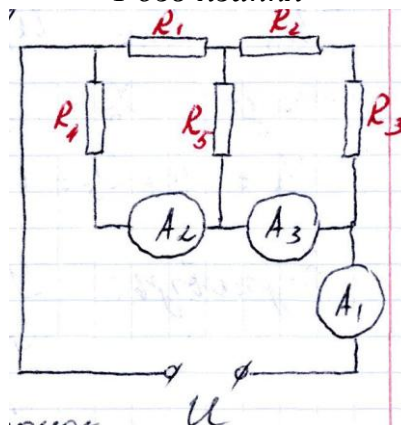
### Задача 3.

Дано:

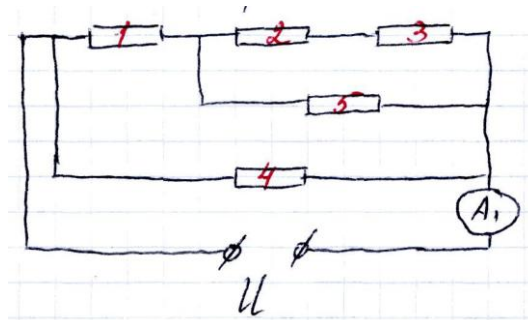
$$U=10 \text{ В}, R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=100 \text{ Ом}$$

$$I_1=? I_2=? I_3=?$$

#### Розв'язання



Спростимо малюнок:



$$\frac{1}{\bar{R}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R}$$

$$\bar{R} = \frac{2}{3}R$$

$$\bar{\bar{R}} = \frac{5}{3}R$$

$$\bar{\bar{\bar{R}}}_{\text{заг}} = \frac{5}{8}R = 62,5 \text{ Ом}$$

Загальний струм, який проходить через  $A_1$ :

$$I_1 = \frac{U}{\bar{\bar{\bar{R}}}_{\text{заг}}} = \frac{10 \text{ В}}{62,5 \text{ Ом}} = 0,16 \text{ А}$$

Струм, який проходить через  $A_2$ :

$$I_2 = \frac{10 \text{ В}}{100 \text{ Ом}} = 0,1 \text{ А}$$

$A_3$  показує суму струмів, що проходять через  $R_4$  і  $R_5$ .

Спад напруги на резисторі  $R_1$ :

$$U_1 = R_1(I_1 - I_2) = 6 \text{ В}$$

Спад напруги на резисторі  $R_5$ :

$$U_5 = U_{\text{заг}} - U_1 = 4 \text{ В}$$

тому:

$$I_5 = \frac{4 \text{ В}}{100 \text{ Ом}} = 0,04 \text{ А}$$

$$I_3 = I_2 + I_5 = 0,14 \text{ А}$$

Відповідь:  $I_1 = 0,16 \text{ А}$ ,  $I_2 = 0,1 \text{ А}$ ,  $I_3 = 0,14 \text{ А}$

#### Задача 4.

Дано:

$$\tau_1=10 \text{ с}, T_1=40 \text{ } ^\circ\text{C}, t=100 \text{ } ^\circ\text{C}, \tau_2=20 \text{ с}, T_2=30 \text{ } ^\circ\text{C}, t_0=20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$t_2$ -?  $t_3$ -?

*Розв'язання*

*(без урахування теплопередачі під час нагрівання праски)*

Кількість теплоти, що отримує праска від нагрівника дорівнює добутку потужності нагрівника на час, протягом якого вона була ввімкнена:

$$P_{\text{н}} \cdot \tau$$

Кількість теплоти, яка виділяється праскою під час тепловіддачі навколишньому середовищу, коли праска ввімкнена:

$$k(t - t_0)T$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності.

Прирівнюючи ці дві рівності, отримуємо:

$$P_H \cdot \tau = k(t - t_0)T$$

Розглядаючи перший та другий випадки, отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} P_H \cdot \tau_1 = k(t_1 - t_0)T_1 & (1) \\ P_H \cdot \tau_2 = k(t_2 - t_0)T_2 & (2) \end{cases}$$

Розв'язуючи дану систему рівнянь отримаємо:

$$t_2 = t_0 + \frac{\tau_2}{\tau_1} \cdot \frac{T_2}{T_1} (t_1 - t_0) = 233 \text{ }^\circ\text{C}$$

Якщо терморегулятор не працює, то після встановлення теплової рівноваги, вся потужність нагрівника піде на нагрівання навколишнього середовища:

$$\begin{aligned} P_H &= k(t_3 - t_0) \\ \frac{P_H}{k} &= (t_3 - t_0) \end{aligned}$$

З рівняння (1):

$$\frac{P_H}{k} = \frac{(t_1 - t_0)T_1}{\tau_1}$$

Прирівняємо обидва рівняння:

$$\begin{aligned} (t_3 - t_0) &= \frac{(t_1 - t_0)T_1}{\tau_1} \\ t_3 = t_0 + \frac{(t_1 - t_0)T_1}{\tau_1} &= 340 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Відповідь:  $t_2 = 233 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_3 = 340 \text{ }^\circ\text{C}$

#### Розв'язання

(з урахуванням теплопередачі під час нагрівання праски)

$$\begin{aligned} P_H - k(t_1 - t_0)\tau_1 &= k(t_1 - t_0)T_1 \\ P_H - k(t_2 - t_0)\tau_2 &= k(t_2 - t_0)T_2 \\ \begin{cases} P_H \cdot \tau_1 = k(t_1 - t_0)(\tau_1 + T_1) & (1) \\ P_H \cdot \tau_2 = k(t_2 - t_0)(\tau_2 + T_2) & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{(t_1 - t_0)(\tau_1 + T_1)}{(t_2 - t_0)(\tau_2 + T_2)}$$

$$\frac{10}{20} = \frac{(t_2 - 20) \cdot 50}{t_2 - 20} = \frac{80}{80}$$

$$10t_2 - 200 = 1600$$

$$10t_2 = 1800$$

$$t_2 = 180 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$P_H - k(t_3 - t_0) = k(t_3 - t_0)$$

$$P_H = 2k(t_3 - t_0)$$

$$\frac{P_H}{k} = 2(t_3 - t_0)$$

З (1) випливає:

$$\frac{P_H}{k} = \frac{(t_1 - t_0)(\tau_1 + T_1)}{\tau_1}$$

$$\frac{P_H}{k} = \frac{80 \cdot 50}{10} = 400$$

Прирівняємо і отримаємо:

$$400 = 2(t_3 - t_0)$$

$$200 = (t_3 - t_0)$$

$$t_3 = 220^\circ\text{C}$$

Відповідь:  $t_2 = 180^\circ\text{C}$ ,  $t_3 = 220^\circ\text{C}$

### Задача 5.

Дано:

$$F=0,2\text{ м}, v=0,6\text{ м/с}, t_0=0, t=4\text{ с}, l_0=2,5\text{ м}$$

$f$ -?  $l$ -?

Розв'язання

Знайдемо шлях, який пролетів комар за час  $t$ :

$$l = vt = 0,6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 4\text{ с} = 2,4\text{ м}$$

Тобто через 4 с відстань від комара до оптичного центра рівна:

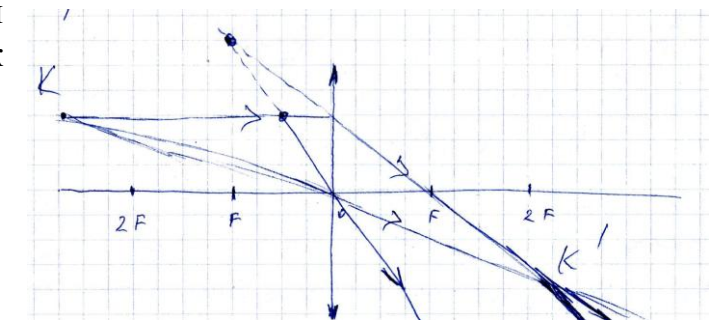
$$d = l_0 - l = 2,5\text{ м} - 2,4\text{ м} = 0,1\text{ м}$$

Оскільки  $d < F$ , то зображення буде уявне, знаходиться між фокусом і оптичним центром.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0,2\text{ м}} - \frac{1}{0,1\text{ м}}$$



$$\frac{1}{f} = \frac{-1}{0,2\text{ м}}$$

$$f = -0,2\text{ м}$$

При наближенні комара до  $F$  і потраплянні у фокус зображення уходить в нескінченність.

Відповідь:  $d = 0,1\text{ м}$ ,  $f = -0,2\text{ м}$

10 клас

### Задача 1.

Дано:

$$s=12\text{ км}, t=3\text{ год } 30\text{ хв}, v_1=4\text{ км/год}, v_2=2\text{ км/год}, v_3=6\text{ км/год}$$

$s_2$ -?

Розв'язання

$$s = 2(s_1 + s_2)$$

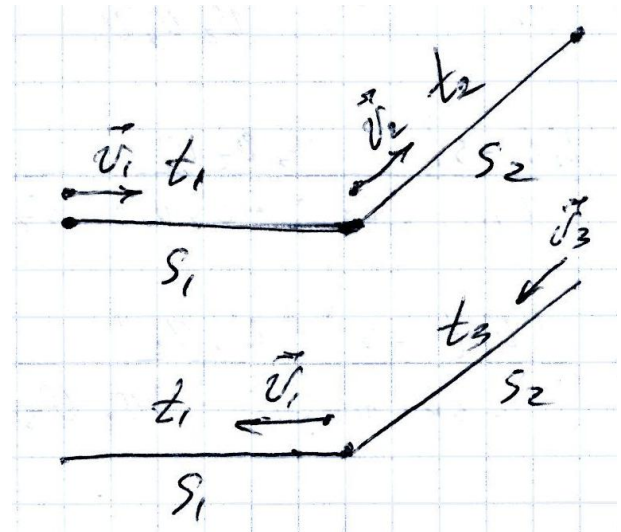
$$t = 2t_1 + t_2 + t_3$$

$$\begin{cases} s_1 = v_1 \cdot t_1 \\ s_2 = v_2 \cdot t_2 \\ s_2 = v_3 \cdot t_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{s_1}{v_1} \\ t_2 = \frac{s_2}{v_2} \\ t_3 = \frac{s_2}{v_3} \end{cases}$$

$$t = \frac{2s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_2}{v_3}$$

$$s = 2s_1 + 2s_2$$



$$s_1 = \frac{s - 2s_2}{2}$$

$$t = \frac{2}{v_1} \left( \frac{s - 2s_2}{2} \right) + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_2}{v_3}$$

$$t = \frac{s}{v_1} - \frac{2s_2}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_2}{v_3}$$

$$t - \frac{s}{v_1} = \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_2}{v_3} - \frac{2s_2}{v_1}$$

$$t - \frac{s}{v_1} = s_2 \left( \frac{v_1 v_3 + v_1 v_2 + v_2 v_3}{v_1 v_2 v_3} \right)$$

$$s_2 = \left( \frac{v_1 t - s}{v_1} \right) \left( \frac{v_1 v_2 v_3}{v_1 v_3 + v_1 v_2 + v_2 v_3} \right)$$

$$s_2 = \frac{(v_1 t - s) v_2 v_3}{v_1 v_3 + v_1 v_2 + v_2 v_3}$$

$$s_2 = \frac{(4 \text{ км/год} \cdot 3,5 \text{ год} - 12 \text{ км}) \cdot 2 \text{ км/год} \cdot 6 \text{ км/год}}{6 \text{ км/год} \cdot 4 \text{ км/год} + 2 \text{ км/год} \cdot 4 \text{ км/год} - 2 \cdot 2 \text{ км/год} \cdot 6 \text{ км/год}} = 3 \text{ км}$$

Якщо  $t=4$  год і  $v_1=3$  км/год то  $s_2=0$

Відповідь:  $s_2 = 3$  км,  $s_2 = 0$

## Задача 2.

Дано:

$$\underline{\rho_{св}=11300 \text{ кг/м}^3, \rho_{л}=900 \text{ кг/м}^3, t=0^\circ \text{C}, \lambda=330000 \text{ Дж/кг}}$$

$s_2$ -?

Розв'язання

$$Q = \lambda \Delta M$$

$$\rho_{св} = \rho_{л}$$

$$\rho_{св} = \frac{m + M - \Delta M}{V_1} = \frac{m + M - \Delta M}{V_{св} + V_{л}} = \frac{m + M - \Delta M}{\frac{m}{\rho_{св}} + \frac{M - \Delta M}{\rho_{л}}} = \frac{(m + M - \Delta M) \rho_{св} \rho_{л}}{m \rho_{л} + M \rho_{св} - \Delta M \rho_{св}}$$

$$\rho_{л} = \frac{(m + M - \Delta M) \rho_{св} \rho_{л}}{m \rho_{л} + M \rho_{св} - \Delta M \rho_{св}}$$

$$\rho_{л} (m \rho_{л} + M \rho_{св} - \Delta M \rho_{св}) = (m + M - \Delta M) \rho_{св} \rho_{л}$$

$$m\rho_{\text{л}}\rho_{\text{в}} + M\rho_{\text{св}}\rho_{\text{в}} - \Delta M\rho_{\text{св}}\rho_{\text{в}} = m\rho_{\text{св}}\rho_{\text{л}} + M\rho_{\text{св}}\rho_{\text{л}} - \Delta M\rho_{\text{св}}\rho_{\text{л}}$$

$$\Delta M = \frac{m\rho_{\text{л}}(\rho_{\text{св}} - \rho_{\text{в}}) + M\rho_{\text{св}}(\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{в}})}{\rho_{\text{св}}(\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{в}})}$$

$$Q = \lambda \left( \frac{m\rho_{\text{л}}(\rho_{\text{св}} - \rho_{\text{в}}) + M\rho_{\text{св}}(\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{в}})}{\rho_{\text{св}}(\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{в}})} \right)$$

$$Q = \lambda \left( \frac{m\rho_{\text{л}}(\rho_{\text{св}} - \rho_{\text{в}})}{\rho_{\text{св}}(\rho_{\text{л}} - \rho_{\text{в}})} + M \right)$$

$$Q = 330000(8,2m + M)$$

Відповідь:  $Q = 330000(8,2m + M)$

### Задача 3.

#### Розв'язання

Мензурку поміщуємо в посудину з водою та наливаємо в середину невідому речовину. Мензурка з речовиною буде плавати у воді. За поділками на мензурці визначаємо об'єм невідомої речовини ( $V_p$ ) та об'єм зануреної частини мензурки ( $V_m$ ) у воду. За умовою плавання тіл:

$$F_A = F_T$$

$$F_A = \rho_{\text{в}}gV_m$$

де  $\rho_{\text{в}}$  – густина води

$$F_T = P_m + m_p g = P_m + \rho_p g V_p$$

де:  $\rho_p$  – густина невідомої речовини,  $P_m$  – вага мензурки за умовою.

Тоді:

$$\rho_{\text{в}}gV_m = P_m + \rho_p g V_p$$

$$\rho_p = \frac{\rho_{\text{в}}gV_m - P_m}{gV_p}$$

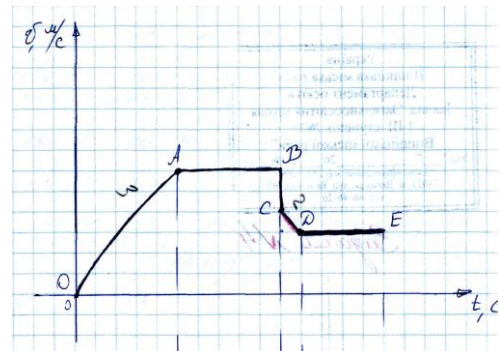
Відповідь:  $\rho_p = \frac{\rho_{\text{в}}gV_m - P_m}{gV_p}$

### Задача 4.

#### Розв'язання

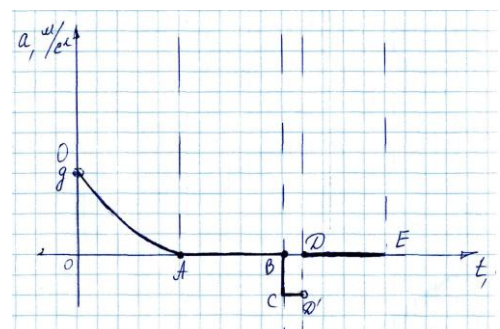
Залежність швидкості від часу:

- OA – швидкість зростає;
- AB – швидкість стала;
- BC – швидкість спадає;
- CD – швидкість лінійно зменшується;
- DE – швидкість не змінюється.



Залежність прискорення від часу:

- OA – рух сповільнений;
- AB – прискорення рівне нулю;
- BC – прискорення зменшується;
- CD' – рух зі сталим прискоренням;
- DE – прискорення рівне нулю.



**Задача 5.**

Дано:

$$\omega = \text{const}, R, h, t$$

 $v = ?$ 

Розв'язання

$$R_1 = R + nh$$

$$\omega = \frac{2\pi n}{t}$$

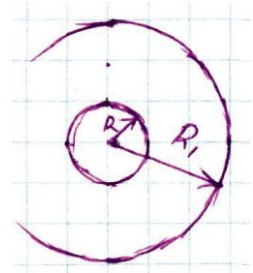
$$n = \frac{\omega t}{2\pi}$$

$$R_1 = R + \frac{\omega t}{2\pi} h$$

$$v = \omega R_1$$

$$v = \omega \left( R + \frac{\omega t}{2\pi} h \right)$$

$$\text{Відповідь: } v = \omega \left( R + \frac{\omega t}{2\pi} h \right)$$

**11 клас****Задача 1.**

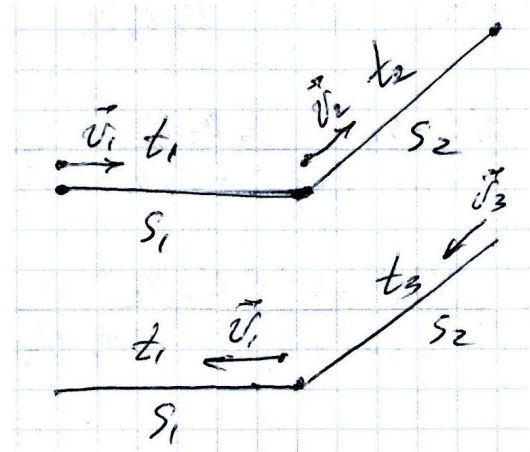
Дано:

$$s = 12 \text{ км}, t = 3 \text{ год } 30 \text{ хв}, v_1 = 4 \text{ км/год}, v_2 = 2 \text{ км/год}, v_3 = 6 \text{ км/год}$$

 $s_2 = ?$ 

Розв'язання

$$\begin{aligned}
 s &= 2(s_1 + s_2) \\
 t &= 2t_1 + t_2 + t_3 \\
 \begin{cases} s_1 = v_1 \cdot t_1 \\ s_2 = v_2 \cdot t_2 \\ s_2 = v_3 \cdot t_3 \end{cases} \\
 \begin{cases} t_1 = \frac{s_1}{v_1} \\ t_2 = \frac{s_2}{v_2} \\ t_3 = \frac{s_2}{v_3} \end{cases}
 \end{aligned}$$



$$t = \frac{2s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_2}{v_3}$$

$$s = 2s_1 + 2s_2$$

$$s_1 = \frac{s - 2s_2}{2}$$

$$t = \frac{2}{v_1} \left( \frac{s - 2s_2}{2} \right) + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_2}{v_3}$$

$$t = \frac{s}{v_1} - \frac{2s_2}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_2}{v_3}$$



$$\begin{aligned}
 t - \frac{s}{v_1} &= \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_2}{v_3} - \frac{2s_2}{v_1} \\
 t - \frac{s}{v_1} &= s_2 \left( \frac{v_1 v_3 + v_1 v_2 + v_2 v_3}{v_1 v_2 v_3} \right) \\
 s_2 &= \left( \frac{v_1 t - s}{v_1} \right) \left( \frac{v_1 v_2 v_3}{v_1 v_3 + v_1 v_2 + v_2 v_3} \right) \\
 s_2 &= \frac{(v_1 t - s) v_2 v_3}{v_1 v_3 + v_1 v_2 + v_2 v_3} \\
 s_2 &= \frac{(4 \text{ км/год} \cdot 3,5 \text{ год} - 12 \text{ км}) \cdot 2 \text{ км/год} \cdot 6 \text{ км/год}}{6 \text{ км/год} \cdot 4 \text{ км/год} + 2 \text{ км/год} \cdot 4 \text{ км/год} - 2 \cdot 2 \text{ км/год} \cdot 6 \text{ км/год}} = 3 \text{ км}
 \end{aligned}$$

Якщо  $t=4$  год і  $v_1=3$  км/год то  $s_2=0$

Відповідь:  $s_2 = 3$  км,  $s_2 = 0$

## Задача 2.

### Розв'язання

Нехай  $2R$  – це опір одного провідника. Тоді  $R$  – загальний опір двох паралельно з'єднаних провідників. Загальний струм:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

Спад напруги на провідниках:

$$U_{\text{пр}} = \varepsilon - Ir = \varepsilon - \frac{\varepsilon}{R + r} r = \frac{\varepsilon R}{R + r}$$

При паралельному з'єднанні напруга на обох ділянках кола однакова. Тоді напруга на одному провідникові:

$$I_1 = \frac{U_{\text{пр}}}{2R} = \frac{\varepsilon R}{(R + r)2R} = \frac{\varepsilon}{(R + r)2}$$

Обернена пропорційність. При збільшенні  $R$  зменшується  $I_1$ .

Якщо змінювати один із опорів:

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{\varepsilon}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r} = \frac{\varepsilon(R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + r R_1 + r R_2} \\
 U_{\text{пр}} &= I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\varepsilon(R_1 + R_2) R_1 R_2}{(R_1 R_2 + r R_1 + r R_2)(R_1 + R_2)} = \frac{\varepsilon R_1 R_2}{R_1 R_2 + r R_1 + r R_2} \\
 I_1 &= \frac{\varepsilon R_1 R_2}{(R_1 R_2 + r R_1 + r R_2) R_1} = \frac{\varepsilon}{R_1 + \frac{r R_1}{R_2} + r}
 \end{aligned}$$

При збільшенні  $R_1$  зменшується  $I_1$ .

При збільшенні  $R_2$  збільшується  $I_1$  (і навпаки).

## Задача 4.

Дано:

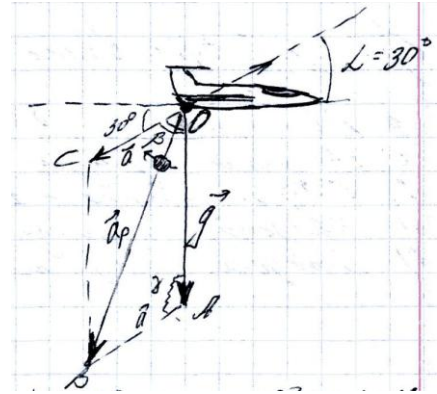
$$a=1,2 \text{ м/с}^2, g=10 \text{ м/с}^2, l=50 \text{ см}=0,5 \text{ м}, \alpha=30^\circ$$

$T=?$

## Розв'язання

При русі літака з прискоренням  $a$  під кутом  $\alpha$  до горизонту маятник буде коливатися навколо положення рівноваги, що за напрямом буде співпадати з напрямом результуючого прискорення  $a_p$ .

Позначимо на малюнку прискорення і зобразимо результуюче, як геометричну суму векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{g}$  за правилом паралелограма.



В паралелограмі OABC:

$$\begin{aligned}\angle O &= 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \\ \angle A &= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ\end{aligned}$$

З  $\triangle OAB$  за теоремою косинусів:

$$\begin{aligned}a_p^2 &= a^2 + g^2 + 2ag\cos 120^\circ \\ a_p^2 &= 1,44 + 100 + 2 \cdot 1,2 \cdot 10 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 113,44 \\ a_p &= \sqrt{113,44} \approx 10,65 \text{ (м/с}^2\text{)}\end{aligned}$$

Тоді:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{a_p}} = 6,28 \sqrt{\frac{0,5}{10,65}} = 1,36 \text{ (с)}$$

Відповідь:  $T = 1,36 \text{ (с)}$

## Задача 5.

Дано:

$$\underline{t_{\text{ост}} = t_{\text{передост}} = 1 \text{ с, } m/c^2, h_{\text{ост}} = 2h, h_{\text{передост}} = h, g = 10 \text{ м/с}^2}$$

$h_{\text{заг}} - ?$

## Розв'язання

Позначимо за  $h$  відстань відстань пройдену за передостанню секунду руху.

Відстань, пройдена за останню секунду руху:

$$2h = \frac{gt_{\text{заг}}^2}{2} - \frac{g(t_{\text{заг}} - 1)^2}{2} \quad (1)$$

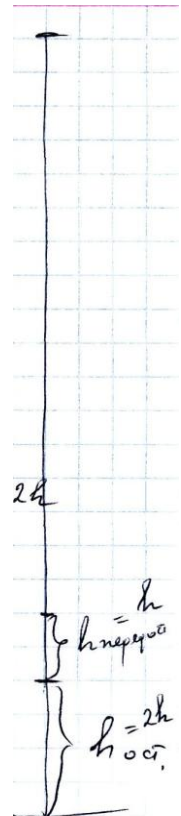
Відстань, пройдена за передостанню секунду руху:

$$\begin{aligned}h &= h_{\text{заг}} - 2h \\ 3h &= \frac{gt_{\text{заг}}^2}{2} - \frac{g(t_{\text{заг}} - 2)^2}{2} \quad (2)\end{aligned}$$

$$h = \frac{gt_{\text{заг}}^2}{4} - \frac{g(t_{\text{заг}}^2 - 2t_{\text{заг}} + 1)}{4} \quad (1')$$

$$h = \frac{gt_{\text{заг}}^2}{6} - \frac{g(t_{\text{заг}}^2 - 2t_{\text{заг}} + 4)}{6} \quad (2')$$

Прирівняємо (1') і (2')



$$\frac{gt_{\text{зар}}^2}{4} - \frac{g(t_{\text{зар}}^2 - 2t_{\text{зар}} + 1)}{4} = \frac{gt_{\text{зар}}^2}{6} - \frac{g(t_{\text{зар}}^2 - 2t_{\text{зар}} + 4)}{6}$$

Поділимо на 2 і зведемо до спільного знаменника:

$$3t_{\text{зар}}^2 - 3t_{\text{зар}}^2 + 6t_{\text{зар}} - 3 = 2t_{\text{зар}}^2 - 2t_{\text{зар}}^2 + 4t_{\text{зар}} - 8$$

$$6t_{\text{зар}} - 3 = 4t_{\text{зар}} - 8$$

$$2t_{\text{зар}} = 5$$

$$t_{\text{зар}} = 2,5 \text{ (с)}$$

$$h_{\text{зар}} = \frac{gt_{\text{зар}}^2}{2} = \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 6,25 \text{ с}^2}{2} = 31,25 \text{ (м)}$$

Якщо  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$  то  $h_{\text{зар}} = 30,625 \text{ (м)}$

Відповідь:  $h_{\text{зар}} = 31,25 \text{ (м)}$ ,  $h_{\text{зар}} = 30,625 \text{ (м)}$

### 2012-2013 навчальний рік

7 клас

#### Задача 1.

Дано:

$$V = 100 \text{ л} = 100 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3, \quad h = 1/4000000 \text{ м}$$

$S$  - ?

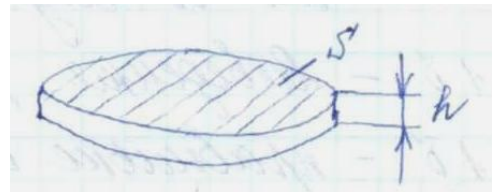
Розв'язання

$$V = Sh$$

$$S = \frac{V}{h}$$

$$S = \frac{100 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{\frac{1}{4000000} \text{ м}} = 4 \cdot 10^5 \text{ м}^2 = 0,4 \text{ км}^2$$

Відповідь:  $S = 4 \cdot 10^5 \text{ м}^2 = 0,4 \text{ км}^2$



#### Задача 2.

Дано:

$$d = 7 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \quad h = 10^{-6} \text{ м}, \quad V_0 = 10^{-6} \text{ дм}^3, \quad V = 5 \text{ дм}^3, \quad N_0 = 5 \cdot 10^6$$

$N$  - ?

Розв'язання

$d$  – діаметр еритроцита,

$h$  – товщина еритроцита,

$V_0$  – об'єм одного еритроцита,

$V$  – об'єм крові людини,

$N_0$  – кількість еритроцитів в  $1 \text{ мм}^3$

Знайдемо кількість еритроцитів в одиниці об'єму:

$$n = \frac{N_0}{V_0} \quad (1)$$

Знайдемо кількість еритроцитів в об'ємі  $V$ :

$$N = V \cdot n \quad (2)$$

Підставимо (1) в (2)

$$N = \frac{N_0}{V_0} V$$

$$N = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{10^{-6} \text{ дм}^3} \cdot 5 \text{ дм}^3 = 25 \cdot 10^{12}$$

Якщо під словом «скільки» мається на увазі об'єм усіх еритроцитів в 5 л крові, то:

$$V_{1e} = Sh = \frac{\pi d^2}{4} h$$

Щоб знайти об'єм усіх еритроцитів помножимо об'єм одного на усю кількість:

$$V_e = V_{1e} \cdot N$$

$$V_e = \frac{\pi d^2}{4} h \cdot N = \frac{\pi d^2 h N_0 V}{4 V_0}$$

$$V_e = \frac{\pi d^2}{4} h \cdot N = \frac{\pi d^2 h}{4} \cdot \frac{N_0 V}{V_0}$$

$$V_e = \frac{3,14 \cdot 49 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-6}}{4} \cdot 25 \cdot 10^{12} = 961 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

Відповідь:  $N = 25 \cdot 10^{12}$ ,  $V_e = 961 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$

### Задача 3.

#### *Розв'язання*

Залізо з'єднують з бетоном, тому що у цим матеріалів одаковий коефіцієнт лінійного розширення.

Якщо використати інший матеріал в якості арматури, то це призведе до неоднакового розширення або стиснення при зміні температури та руйнування бетону.

### Задача 4.

#### *Розв'язання*

Після миття підлоги в кімнаті зростає кількість молекул води в повітрі. Водяна пара осідає на тіло людини утворюючи краплини води. Оскільки температура тіла більша то водяна пара випаровується з тіла людини, а при випаровуванні молекули рідини, переходячи в газ, забирають тепло і відчувається прохолода.

### Задача 5.

#### *Розв'язання*

Тому, що при споживанні теплої та рідкої їжі відбувається процес дифузії в організмі.

Оскільки в рідкій їжі відстань між молекулами більша за відстань в твердій їжі, то процес дифузії, а отже і засвоєння їжі відбувається швидше. До того ж при підвищенні температури процес дифузії пришвидшується.

8 клас

**Задача 1.**

Дано:

$$\frac{s_1=s_2=s_3=1/3s, v_1=v, v_2=2/3v, v_c=v}{v_3=?}$$

*Розв'язання*

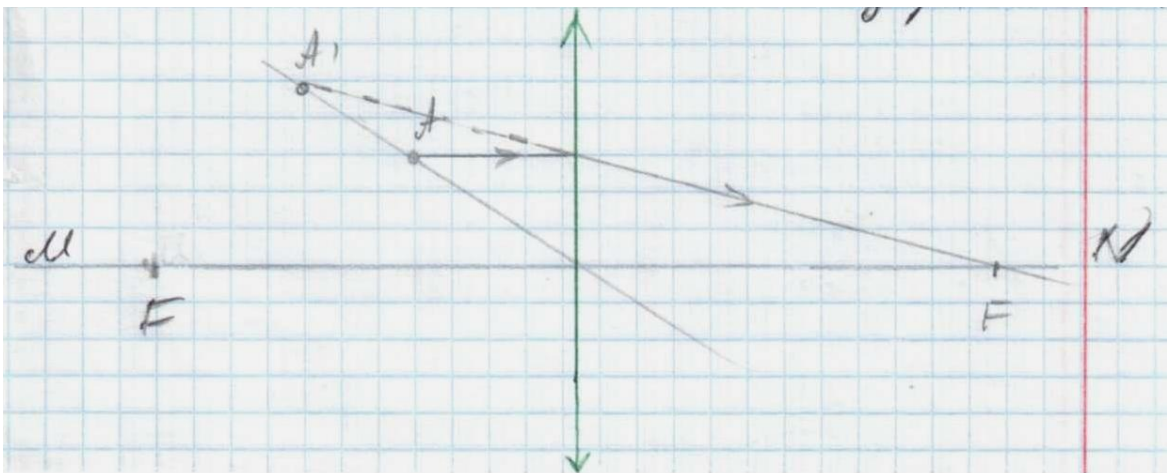
$$\begin{aligned} v_c &= \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{1/3s + 1/3s + 1/3s}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_3}{v_3}} = \frac{s}{\frac{s}{3v_1} + \frac{s}{3v_2} + \frac{s}{3v_3}} \\ &= \frac{s}{s(\frac{1}{3v_1} + \frac{1}{3v_2} + \frac{1}{3v_3})} = \frac{v_2 v_3 + v_1 v_2 + v_1 v_3}{3v_1 v_2 v_3} = \frac{3v_1 v_2 v_3}{v_2 v_3 + v_1 v_2 + v_1 v_3} \\ v_c &= \frac{3v \cdot 2/3v \cdot v_3}{2/3v v_3 + v v_3 + 2/3v v} = \frac{6v_3}{5v_3 + 2v} \\ 1 &= \frac{6v_3}{5v_3 + 2v} \\ 6v_3 &= 5v_3 + 2v \\ v_3 &= 2v \end{aligned}$$

Відповідь:  $v_3 = 2v$

**Задача 2.**

*Розв'язання*

1. Проведемо промінь, що проходить через джерело і зображення до перетину з головною оптичною віссю. В цій точці знаходиться оптичний центр лінзи.
2. Оскільки зображення пряме, уявне і збільшене – то лінза збиральна, адже розсіювальна лінза дає зменшене уявне зображення.
3. Використаємо промінь, що поширюючись від джерела, падає на лінзу паралельно головній оптичній осі. Після заломлення в лінзі він має пройти через фокус і перетнути точку, яка є зображенням.



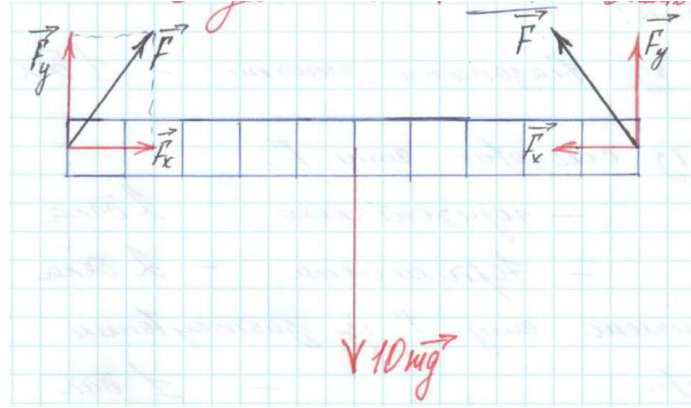
**Задача 3.**

Дано:

$$n=10, m, \mu$$

 $F$  - ?

Розв'язання



Для того, щоб відірвати кубики від столу необхідно стиснути їх з двох сторін з силами  $F$ .

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

Горизонтальна складова  $F_x$  – це сила з якою ми стискаємо кубики. Розглянемо один із кубиків:

$$2F_{\text{тр}} = mg$$

$$F_{\text{тр}} = \frac{mg}{2}$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

$$N = \frac{mg}{2\mu}$$

Сила  $F_x$  – це сила, з якою ми стискаємо кубики, тому вона дорівнює  $N$ .

$$F_x = \frac{mg}{2\mu} \quad (1)$$

Вертикальна складова  $F_y$  – це сила, з якою ми додали силу тяжіння:

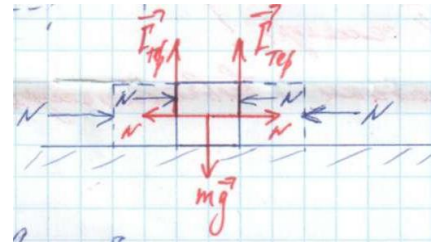
$$2F_y = 10mg$$

$$F_y = 5mg \quad (2)$$

Знайдемо силу  $F$  за теоремою Піфагора:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{\left(\frac{mg}{2\mu}\right)^2 + (5mg)^2} = \frac{mg}{2\mu} \sqrt{1 + 100\mu^2}$$

$$\text{Відповідь: } F = \frac{mg}{2\mu} \sqrt{1 + 100\mu^2}$$

**Задача 4.**

Розв'язання

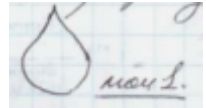
1) Рух кулі.

При наближенні до землі  $v_k$  зростає внаслідок того, що результуюче прискорення, спричинене рівнодійною  $F_m$  і  $F_{on}$  направлено вниз і менше  $g$ .

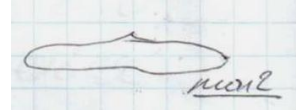
Швидкість зростатиме доки  $F_m > F_{on}$ . В деякий момент  $F_m = F_{on}$  і  $v_k = const$  – рух стає рівномірним.

## 2) Краплина.

В момент відриву краплина, на початку руху, приймає форму зображену на малюнку 1.



Далі, рухаючись вниз, краплина внаслідок дії сили  $F_{on}$  змінює форму на плоску (малюнок 2) і її швидкість зростає не так інтенсивно, як у кулі. Тобто стабілізується при іншому модулі  $F_{on}$ . Це суперечить умові задачі про зменшення швидкості краплини. Насправді зменшується прискорення як для кулі так і для краплини.



## Задача 5.

Дано:

$$N = 1/mg$$

$\rho_k$  - ?

Розв'язання

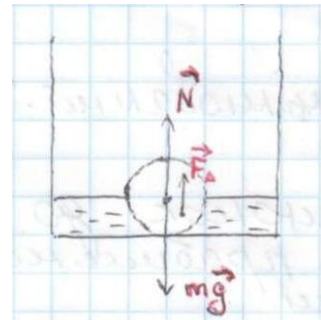
$$mg = F_A + N$$

$$mg = \rho_p g \frac{1}{2} V_T + \frac{1}{3} mg$$

$$\frac{2}{3} mg = \frac{1}{2} \rho_p g V_T$$

$$\frac{2}{3} \rho_k V_T = \frac{1}{2} \rho_p V_T$$

$$\frac{2}{3} \rho_k = \frac{1}{2} \rho_p$$



$$4\rho_k = 3\rho_p$$

$$\rho_k = \frac{3}{4} \rho_p$$

$$\rho_k = \frac{3 \cdot 1000 \text{ кг/м}^3}{4} = 750 \text{ кг/м}^3$$

Відповідь:  $\rho_k = 750 \text{ кг/м}^3$

9 клас

## Задача 1.

Дано:

$$L = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}, F_0 = 2 \text{ кН} = 2 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

A - ?

Розв'язання

Робота обчислюється за формулою:

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

В нашому випадку  $\alpha = 0$ ,  $\cos \alpha = 1$ ,  $s = l$ .

Оскільки сила змінюється обернено пропорційно довжині цвяха то:

$$F_{\text{ср}} = \frac{F_{\text{поч}} + F_{\text{кін}}}{2} = \frac{F_0 + 0}{2} = \frac{F_0}{2}$$

Врахувавши це отримаємо:

$$A = \frac{F_0}{2} l = \frac{2 \cdot 10^3 \text{ Н}}{2} 0,1 \text{ м} = 100 \text{ (Дж)}$$

Відповідь:  $A = 100 \text{ (Дж)}$

### Задача 2.

Дано:

$$d = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}, D = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}, t = 0 \text{ } ^\circ\text{C}, I = 15 \text{ А}, \rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг/м}^3, \lambda = 34000 \text{ Дж/кг},$$

$$\rho_{\text{ал}} = 2,8 \cdot 10^8 \text{ Ом}\cdot\text{м}$$

$\tau$ -?

Розв'язання

$$Q = I^2 R \tau$$

$$Q = \lambda m_{\text{л}}$$

$$I^2 R \tau = \lambda m_{\text{л}}$$

$$\tau = \frac{\lambda m_{\text{л}}}{I^2 R} \quad (1)$$

$$m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} V_{\text{л}}$$

$$V_{\text{л}} = V_2 - V_1 = \frac{\pi D^2 l}{4} - \frac{\pi d^2 l}{4}$$

$$m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} l \left( \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right) \quad (2)$$

$$R = \frac{\rho_{\text{ал}} l}{S_1} = \frac{4 \rho_{\text{ал}} l}{\pi d^2} \quad (3)$$

Підставимо (2) і (3) в (1):

$$\tau = \frac{\lambda \rho_{\text{л}} l \left( \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right)}{I^2 \frac{4 \rho_{\text{ал}} l}{\pi d^2}} = \frac{\lambda \rho_{\text{л}} l \pi^2 d^2 (D^2 - d^2)}{16 I^2 \rho_{\text{ал}}} = 1128 \text{ с}$$

Відповідь:  $\tau = 1128 \text{ с}$

### Задача 3.

Дано:

$$t = 10 \text{ хв} = 1/6 \text{ год}, s = 2 \text{ км}$$

$v_{\text{м}}?$   $s_{\text{л}}?$

Розв'язання

Систему відліку пов'язуємо з течією. Вода нерухома і паличка весь час лежить на тому ж місці де впала. Спортсмени спочатку віддаляються від цього місця протягом часу  $t$ , потім розвертаються і повертаються, затративши на все час  $2t$ .

За час  $2t$  паличку знесло відносно берега на  $s$ . Отже швидкість течії:

$$v_{\text{т}} = \frac{s}{2t} = 6 \text{ км/год}$$

$$s_1 = (v + v_{\text{т}})t - (v - v_{\text{т}})t$$

де  $v$  – швидкість човна

$$s_1 = (v + v_{\text{т}} - v + v_{\text{т}})t$$



$$s_1 = 2v_{\tau}t = 2 \text{ км}$$

Відповідь:  $v_{\tau} = 6 \text{ км/год}$ ,  $s_1 = 2 \text{ км}$

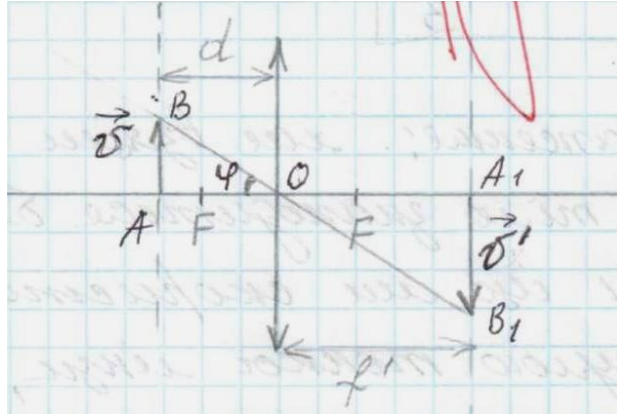
#### Задача 4.

Дано:

$$F=f, d=4f, v$$

$v'$ -?

Розв'язання



$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

$f$  - відстань від лінзи до зображення

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f} - \frac{1}{4f} = \frac{3}{4f}$$

$$f = \frac{4f}{3}$$

З подібності трикутників  $AOB$  і  $A_1B_1O_1$  знаходимо  $v'$ .

$$\frac{v}{v'} = \frac{d}{f}$$

$$v' = \frac{vf}{d} = \frac{v \frac{4f}{3}}{4f} = \frac{v}{3}$$

**Зауваження.** Ми взяли випадок коли тіло знаходиться близько осі, тому що ми скористалися формулою тонкої лінзи, а вона справедлива лише для параксіальних променів і в цьому випадку кут  $\varphi \leq 8^\circ$ .

Відповідь:  $v' = \frac{v}{3}$

#### Задача 5.

Розв'язання

Якщо гроза далеко, то в процесі проходження білого світла від блискавки короткі хвилі спектра (фіолетові, сині, блакитні) розсіюються. Тому до

спостерігача дійдуть тільки довгі хвилі (червоні, оранжеві) світлового спектра, які не встигають розсіятись.

Якщо гроза близько, то тоді ми бачимо весь світловий спектр хвиль, в який входять і короткі (фіолетові) хвилі.

### 10 клас

#### Задача 1.

Дано:

$$x=2t^2-4t-1, y=8t-3, z=5, [1;4]$$

$s$  - ?

#### Розв'язання

Користуючись формулою довжини відрізка

$$s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

знайдемо значення координат в момент часу  $t_1=1c$  і  $t_2=4c$ :

$$x_1 = 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 - 1 = -3$$

$$x_2 = 2 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 - 1 = 15$$

$$y_1 = 8 \cdot 1 - 3 = 5$$

$$y_2 = 8 \cdot 4 - 3 = 29$$

$$z_1 = 5, z_2 = 5$$

$$s = \sqrt{(15 - (-3))^2 + (29 - 5)^2 + (5 - 5)^2} = 30$$

Відповідь:  $s = 30$

#### Задача 2.

Дано:

$$m, k, \Delta x$$

$v$  - ?

#### Розв'язання

Нехай в момент відриву лівого кубика його швидкість  $v$ , правого  $v_1$ .

З закону збереження імпульсу: початковий імпульс рівний 0, в момент відриву  $2m\vec{v}$  та  $m\vec{v}_1$ .

$$0 = 2m\vec{v} + m\vec{v}_1$$

В проекції на вісь  $Ox$ :

$$0 = -2mv + mv_1$$

$$2mv = mv_1$$

$$v_1 = 2v \quad (1)$$

З закону збереження енергії: потенціальна енергія стисненої пружини перетворюється повністю в кінетичну енергію кубиків в момент відриву.

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{2mv^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2}$$

Врахувавши (1) отримаємо:

$$\frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{2mv^2}{2} + \frac{4mv^2}{2}$$

$$kx^2 = 6mv^2$$

$$v^2 = \frac{k\Delta x^2}{6m}$$

$$v = \Delta x \sqrt{\frac{k}{6m}}$$

Відповідь:  $v = \Delta x \sqrt{\frac{k}{6m}}$

### Задача 3.

Дано:

$$\alpha, v_0, \beta, t$$

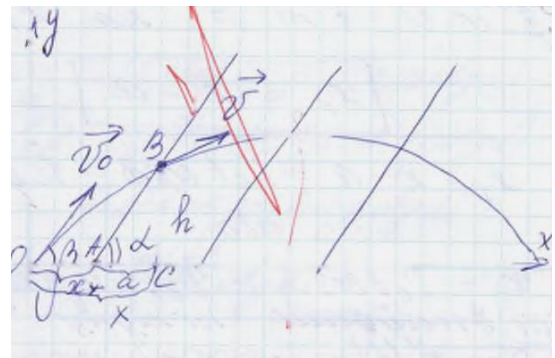
$v_T$  - ?

*Розв'язання*

Рух цвіркуна складається із двох видів рухів:

вдovж осі  $x$  – рівномірно прямолінійно тоді рівняння координати матиме вигляд  $x = v_0 t \cos \beta, x_0 = 0$ ;

вдovж осі  $y$  – рівноприскорений з прискоренням  $g$ , рівняння руху має вигляд  $y = v_0 t \sin \beta - \frac{gt^2}{2}, h = y$ .



З трикутника ABC

$$\frac{a}{h} = ctg \alpha, a = hctg \alpha$$

За час  $t$  тінь перемістилась з точки O в точку A на  $x_T$ .

$$x_T = x - a = v_0 t \cos \beta - hctg \alpha = v_0 t \cos \beta - v_0 t \sin \beta ctg \alpha - \frac{gt^2}{2} tg \alpha$$

Знайдемо похідну:

$$v_T = \dot{x}_T(t) = v_0 \cos \beta - v_0 \sin \beta ctg \alpha + gtctg \alpha$$

Відповідь:  $v_T = v_0 \cos \beta - v_0 \sin \beta ctg \alpha + gtctg \alpha$

### Задача 4.

*Розв'язання*

Використовуючи властивість постійного магніту, яка полягає в тому, що найбільша магнітна дія спостерігається на полюсах магніту, проводимо кінцем однієї спиці вдovж іншої по всій довжині.

- 1) Якщо протягування цих спиць не змінюється то ми тримали в руках намагнічену спицю;
- 2) Якщо деякі ділянки спиці по різному притягують спицю, якою ми проводимо, то в нас в руках не намагнічена спиця.

### Задача 5.

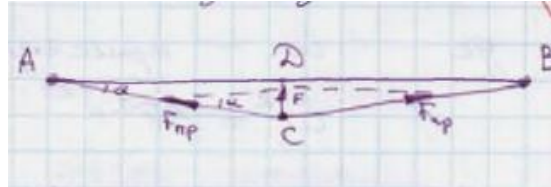
*Розв'язання*

Так, як умова задачі є не повною то задача розв'язку немає

**11 клас****Задача 1.**

Дано:

$$l=0,75 \text{ м}, F_{\text{пр}}=50 \text{ Н}, m=10^{-3} \text{ кг}$$

 $v=?$ **Розв'язання**

Коливання кульки виникнуть внаслідок дії рівнодійної двох сил пружності.

$$F = 2F_{\text{пр}} \sin \alpha \quad (1)$$

При цьому будемо вважати силу пружності незмінною внаслідок малих коливань кульки та незначному розтягу струни.

З трикутника ADC:

$$\text{ADC} = \frac{l}{2},$$

$\text{DC}=x$  – зміщення кульки.

$$\sin \alpha \approx \text{tg} \alpha = \frac{\text{DC}}{\text{AD}} = \frac{2x}{l}$$

Отже:

$$F = 2F_{\text{пр}} \frac{2x}{l} = 4F_{\text{пр}} \frac{x}{l} \quad (2)$$

З формули (2) видно, що  $F \sim x$ , отже коливання кульки будуть гармонічними.

Для гармонічних коливань:

$$a = -\omega^2 x$$

$$\omega^2 = 4\pi^2 \nu^2$$

$a$  - прискорення кульки,  $\omega$  – циклічна частота.

Для амплітудних значень:

$$F_0 = 4F_{\text{пр}} \frac{x_0}{l} \quad (3)$$

$$a_0 = \omega^2 x_0 \quad (4)$$

А враховуючи II закон Ньютона маємо з (3) і (4):

$$a_0 = \frac{F_0}{m}$$

$$\omega^2 x_0 = \frac{4F_{\text{пр}} \frac{x_0}{l}}{m}$$

$$4\pi^2 \nu^2 = \frac{4F_{\text{пр}}}{ml}$$

$$\nu = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{F_{\text{пр}}}{ml}}$$

$$v = \frac{1}{3,14} \sqrt{\frac{50 \text{ Н}}{10^{-3} \text{ кг} \cdot 0,75 \text{ м}}} = 82 \text{ (с}^{-1}\text{)}$$

Відповідь:  $v = 82 \text{ (с}^{-1}\text{)}$

### Задача 2.

Дано:

$\frac{M, \alpha}{m-?}$

Розв'язання

Граничні умови за яких циліндр буде залишатись в рівновазі:

$$M\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{P} = 0$$

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 0$$

Запишемо правило моментів відносно точки дотику O:

$$M_1 = -MgR\sin\alpha$$

$$M_2 = M_3$$

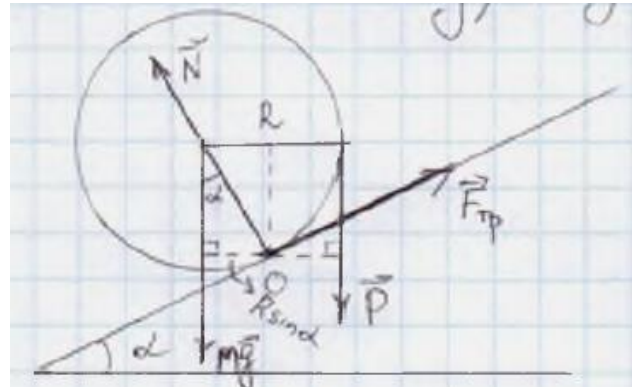
$$M_4 = P(R - R\sin\alpha)$$

$$-MgR\sin\alpha + PR(1 - \sin\alpha) = 0$$

$$Mg\sin\alpha = mg(1 - \sin\alpha)$$

$$m = \frac{M\sin\alpha}{1 - \sin\alpha}$$

Відповідь:  $m = \frac{M\sin\alpha}{1 - \sin\alpha}$

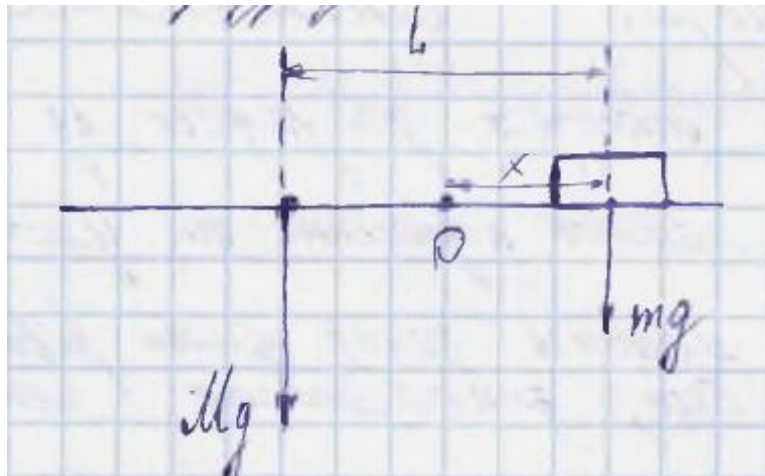


### Задача 3.

Дано:

$\frac{R, M, r, m}{x-?}$

Розв'язання



Розглянемо умову рівноваги системи для знаходження центра мас; згідно якої для нашої системи запишемо рівність:

$$mgx = Mg(L - x)$$

Знайдемо центр мас:

$$\begin{aligned} mx &= ML - Mx \\ mx + Mx &= ML \\ x &= \frac{ML}{m + M} \end{aligned}$$

Отже ніжки столу повинні бути розташовані на колі довільного радіуса на рівній відстані від центра мас симетрично. Кількість ніжок має бути не меншою трьох.

#### Задача 4.

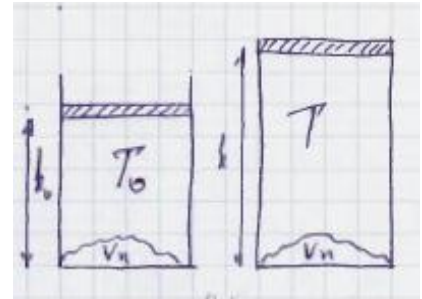
Дано:

$$S, T_0, T, h, h_0$$

$$V_n - ?$$

Розв'язання

$$\begin{aligned} p &= \text{const} \\ \frac{V_0}{T_0} &= \frac{V}{T} \\ V_0 &= Sh_0 - V_n \\ V &= Sh - V_n \\ \frac{Sh_0 - V_n}{T_0} &= \frac{Sh - V_n}{T} \\ TSh_0 - TV_n &= T_0Sh - T_0V_n \\ TSh_0 - T_0Sh &= TV_n - T_0V_n \\ V_n &= \frac{S(T_0h_0 - Th_0)}{T - T_0} \end{aligned}$$



$$\text{Відповідь: } V_n = \frac{S(T_0h_0 - Th_0)}{T - T_0}$$

#### Задача 5.

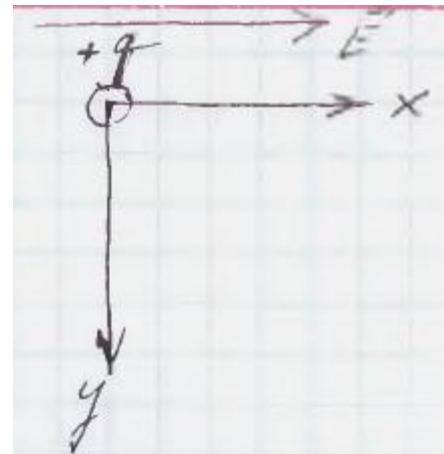
Дано:

$$m, +q$$

$$y = f(x) - ?$$

Розв'язання

$$\begin{aligned} y &= \frac{gt^2}{2} \\ x &= \frac{at^2}{2} \\ F &= ma \\ a &= \frac{F}{m} \\ F &= Eq \\ a &= \frac{Eq}{m} \end{aligned}$$



$$x = \frac{Eq t^2}{2m}$$

$$t^2 = \frac{2xm}{Eq}$$

$$y = \frac{gm}{Eq} x$$

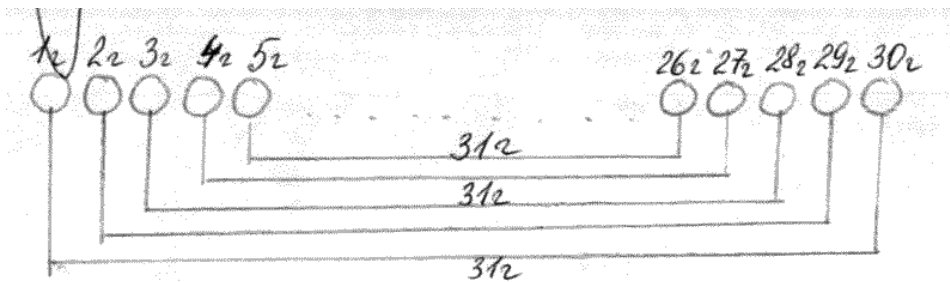
Відповідь:  $y = \frac{gm}{Eq} x$

### 2013-2014 навчальний рік

7 клас

#### Задача 1.

*Розв'язання*



1. Вишикувати тягарці у послідовності зростання мас і знайти їх загальну масу, помітивши, що сума мас двох симетричних тягарців, вказаних на малюнку, складає 31 г. Таких пар утвориться 15. Отже загальна маса набору тягарців:

$$31 \text{ г} \cdot 15 = 465 \text{ г}$$

2. Знайдемо масу тягарців, що складають третину від початкової маси:

$$\frac{465 \text{ г}}{3} = 155 \text{ г}$$

3. Якщо забрати по 5 тягарців з кожного краю то ми заберемо 155 г, що складають третину від початкової маси (забрати можна будь-яких 5 симетричних пар тягарців)
4. Оскільки тягарці, що залишились, також складаються з пари масою 31 г, і таких 10 пар, то їх можна розкласти на дві шальки терезів так, щоб тягарці були в рівновазі.

Відповідь: так.

#### Задача 2.

*Розв'язання*

Кахельна плитка розміром 15x30 см.

I стіна розміром 2,1x3 м, тобто 210x300 см.

Кількість плиток для цієї стіни:

$$N_1 = \frac{300}{30} \cdot \frac{210}{15} = 10 \cdot 14 = 140$$

II стіна розміром 1,9x3,6 м, тобто 190x360 см.

Кількість плиток для цієї стіни:

$$N_2 = \frac{360}{30} \cdot \frac{190}{15} = 12 \cdot 12,66$$

Оскільки можна використовувати лише одну частину з розрізаної плитки, то  $12,66 \approx 13$ . Отже:

$$N_2 = 12 \cdot 13 = 156$$

Отже, загальна кількість плиток для двох стін:

$$N = N_1 + N_2 = 140 + 156 = 296$$

Відповідь:  $N = 296$

### Задача 3.

Коли механічні годинники ввечері завести і зняти з руки, температура їх з часом зменшується, що приведе до скорочення пружини та її руйнації.

### Задача 4.

Дано:

$$m_{гс} = 650 \text{ г}, V = 1,5 \text{ л} = 1500 \text{ см}^3, \rho_{гс} = 1,3 \text{ г/см}^3, \rho_{гв} = 1,1 \text{ г/см}^3, \rho_{в} = 1 \text{ г/см}^3$$

$V_2$  - ?

*Розв'язання*

$$V_2 = V - V_1$$

$$\rho_{гв} = \frac{m_{гс} + m_1}{V_{гс} + V_1}$$

$$m_1 = \rho_{в} V_1$$

$$V_{гс} = \frac{m_{гс}}{\rho_{гс}}$$

$$\rho_{гв} = \frac{m_{гс} + \rho_{в} V_1}{\frac{m_{гс}}{\rho_{гс}} + V_1}$$

$$\rho_{гв} \left( \frac{m_{гс}}{\rho_{гс}} + V_1 \right) = m_{гс} + \rho_{в} V_1$$

$$\frac{\rho_{гв}}{\rho_{гс}} m_{гс} + \rho_{гв} V_1 = m_{гс} + \rho_{в} V_1$$

$$\rho_{гв} V_1 - \rho_{в} V_1 = m_{гс} - \frac{\rho_{гв}}{\rho_{гс}} m_{гс}$$

$$(\rho_{гв} - \rho_{в}) V_1 = m_{гс} \left( 1 - \frac{\rho_{гв}}{\rho_{гс}} \right)$$

$$V_1 = \frac{m_{гс} \left( 1 - \frac{\rho_{гв}}{\rho_{гс}} \right)}{\rho_{гв} - \rho_{в}}$$

$$V_2 = V - \frac{m_{гс} \left( 1 - \frac{\rho_{гв}}{\rho_{гс}} \right)}{\rho_{гв} - \rho_{в}}$$

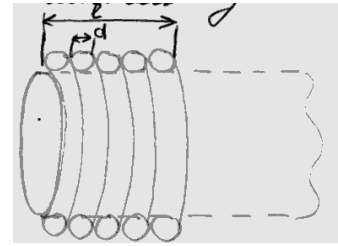
$$V_2 = 1500 \text{ см}^3 - \frac{650 \text{ г} \left( 1 - \frac{1,1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}{1,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} \right)}{1,1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} - 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = 500 \text{ см}^3 = 0,5 \text{ л}$$

Відповідь:  $V_2 = 500 \text{ см}^3 = 0,5 \text{ л}$



**Задача 5.***Розв'язання*

1. Знаходимо товщину дроту намотуючи «дозволену» довжину на олівець і прикладаючи до листка з клітинкам. Робимо це до тих пір поки довжина  $l$  певної кількості витків не міститиме цілу кількість клітинок.
2. За формулою  $d = \frac{l}{N}$  - знаходимо діаметр дроту.
3. За формулою  $S = \frac{\pi d^2}{4}$  (або  $S = \pi r^2$ ) знаходимо площу поперечного перерізу.
4. За допомогою мірного циліндра знаходимо об'єм  $V$  усього дроту.
5. За формулою  $L = \frac{V}{S}$  знаходимо довжину дроту.

**8 клас****Задача 1.**

Дано:

$$\underline{H=6 \text{ м}, h=2 \text{ м}, l=6 \text{ м}}$$

 $AB' - ?$ *Розв'язання*

Нехай в точці  $A$  знаходиться ворона, а точці  $B$  – сир. Побудуємо зображення точки  $B$  у воді, тоді отримаємо рівні трикутники  $\triangle CEB$  і  $\triangle CEB'$ , в яких  $BE=EB'$ ,  $\angle CEB$  і  $\angle CEB'=90^\circ$  і  $CE$  – спільна сторона.

I спосіб. Мінімальний шлях буде  $AB'$ . Продовжимо сторону  $AD$  в точку  $A'$ ,  $DA'=EB=h=2 \text{ м}$ .

Розглянемо  $\triangle AA'B'$  ( $\angle AA'B'=90^\circ$ )

$$AA'=H+h=6 \text{ м}+2 \text{ м}=8 \text{ м}.$$

$A'B'=DE=6 \text{ м}$ . (як протилежні сторони прямокутника  $ADEB'$ )

Знайдемо  $AB'$  за теоремою Піфагора:

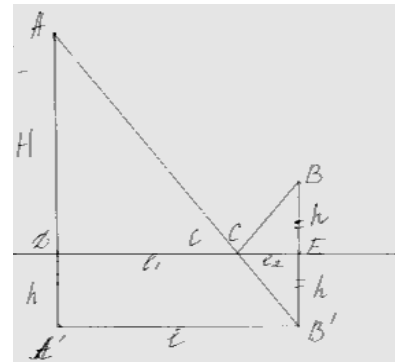
$$AB' = \sqrt{AA'^2 + A'B'^2}$$

$$AB' = \sqrt{64 + 36} = 10 \text{ м}$$

II спосіб. Мінімальний шлях, що треба пролетіти ( $AC+CB$ ).

Розглянемо два подібні трикутники:  $\triangle ADC \sim \triangle CEB'$ , тоді :

$$\begin{cases} \frac{H}{h} = \frac{l_1}{l_2} \\ l_1 + l_2 = l \\ Hl_2 = hl_1 \\ l_1 = l - l_2 \\ Hl_2 = h(l - l_2) \\ Hl_2 = hl - hl_2 \\ 6l_2 = 12 - 2l_2 \\ 8l_2 = 12 \end{cases}$$



$$l_2 = 1,5 \text{ м}$$

$$l_1 = 6 - l_2 = 6 - 1,5 = 4,5 \text{ м}$$

Розглянемо  $\triangle ADC$  ( $\angle D = 90^\circ$ )

$$AC = \sqrt{H^2 + l_1^2} = \sqrt{36 + 20,25} = \sqrt{56,25} = 7,5 \text{ м}$$

Розглянемо  $\triangle BEC$  ( $\angle E = 90^\circ$ )

$$CB = \sqrt{h^2 + l_2^2} = \sqrt{4 + 2,25} = \sqrt{6,25} = 2,5 \text{ м}$$

Отже мінімальний шлях:  $AC + CB = 7,5 \text{ м} + 2,5 \text{ м} = 10 \text{ м}$

Відповідь:  $10 \text{ м}$

### Задача 2.

Дано:

$$v_1 = 10 \text{ м/с}, v_2 = 9,8 \text{ м/с}, t_1 = t_3, t_2 = t + 10, t_3 = t + 15$$

$v_3$  - ?

Розв'язання

$$l_1 = v_1 t_1$$

$$l_2 = v_2 t_2$$

$$l_1 = l_2$$

$$v_1 t_1 = v_2 t_2$$

Складемо і розв'яжемо рівняння:

$$10t = 9,8(t + 10)$$

$$10t = 9,8t + 98$$

$$10t - 9,8t = 98$$

$$0,2t = 98$$

$$t = 490$$

Отже перший спортсмен добіг до фінішу за  $490 \text{ с}$ , тоді відстань:

$$l_1 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 490 \text{ с} = 4900 \text{ м}$$

Так як  $l_1 = l_3$ , то  $l_3 = 4900 \text{ м}$ , тоді:

$$v_3 = \frac{l_3}{t_3} = \frac{4900 \text{ м}}{(490 + 15) \text{ с}} \approx 9,7 \text{ м/с}$$

Відповідь:  $v_3 \approx 9,7 \text{ м/с}$

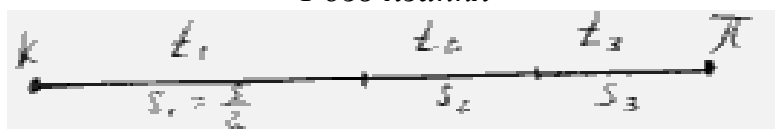
### Задача 3.

Дано:

$$v_1 = 2,4 \text{ км/год}, v_2 = 5 \text{ км/год}, S_1 = S/2$$

$v_{\text{ср}}$  - ?

Розв'язання



$$v_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

$$t_1 = \frac{S}{2v_1}; t_2 = \frac{S_2}{v_2}; t_3 = \frac{S_2}{v_{cp}}$$

$$S_1 = S_2 + S_3 = \frac{S}{2}$$

$$S_2 = \frac{S}{2} = S_3$$

$$\frac{t_1}{S} = \frac{t_2}{S_3}$$

$$S_3 = \frac{S_2 v_{cp}}{v_2}$$

$$\frac{S}{2} - S_2 = \frac{S_2 v_{cp}}{v_2}$$

$$\frac{S}{2} = \frac{S_2 v_{cp}}{v_2} + S_2 = S_2 \left(1 + \frac{v_{cp}}{v_2}\right)$$

$$S_2 = \frac{S}{2 \left(\frac{v_2 + v_{cp}}{v_2}\right)} = \frac{S v_2}{2(v_2 + v_{cp})}$$

$$S_3 = \frac{S v_2 + v_{cp}}{2 v_2 (v_2 + v_{cp})} = \frac{S v_{cp}}{2(v_2 + v_{cp})}$$

$$v_{cp} = \frac{S}{\frac{S}{2v_1} + \frac{S v_2}{2 v_2 (v_2 + v_{cp})} + \frac{S v_{cp}}{2 v_{cp} (v_2 + v_{cp})}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2v_1} + \frac{1}{2 v_2 (v_2 + v_{cp})} + \frac{1}{2 v_{cp} (v_2 + v_{cp})}} = \frac{2v_1(v_2 + v_{cp})}{v_{cp} + v_2 + 2v_1}$$

$$v_{cp} + v_{cp} v_2 + 2v_{cp} v_1 = 2v_{cp} v_1 + 2v_1 v_2$$

$$v_{cp}^2 + v_{cp}(v_2 + 2v_1 - 2v_1) - 2v_1 v_2 = 0$$

$$v_{cp}^2 + v_{cp} v_2 - 2v_1 v_2 = 0$$

$$D = v_{cp}^2 + L \cdot 2v_1 v_2 = v_2 + 2v_1 v_2$$

$$v_{cp} = \frac{-v_2 \pm \sqrt{v_2 + 8v_1 v_2}}{2}$$

$$v_{cp} = \frac{-5 \frac{\text{км}}{\text{год}} + \sqrt{5 \frac{\text{км}}{\text{год}} + 82,4 \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot 5 \frac{\text{км}}{\text{год}}}}{2} = \frac{-5 + 11 \frac{\text{км}}{\text{год}}}{2} = 3 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$v_{cp} = \frac{-5 - 11 \frac{\text{км}}{\text{год}}}{2} = -8 \frac{\text{км}}{\text{год}} \text{ (не задовільняє умову задачі)}$$

Відповідь:  $v_{cp} = 3 \frac{\text{км}}{\text{год}}$

#### Задача 4.

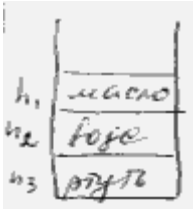
Дано:

$h_1 = h_2 = h_3 = 0,2 \text{ м}$ ,  $\rho_1 = 800 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_3 = 13600 \text{ кг/м}^3$ ,  $p = 7,9 \cdot 10^3 \text{ Па}$

$h - ?$

## Розв'язання

Знайдемо тиск, який чинить вода та масло:



$$p_1 = \rho_1 g h_1$$

$$p_1 = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 0,2 \text{ м} = 1600 \text{ Па} - \text{тиск, який чинить масло}$$

$$p_2 = \rho_2 g h_2$$

$$p_2 = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 0,2 \text{ м} = 2000 \text{ Па} - \text{тиск, який чинить вода}$$

Тиск, який чинить вода та масло разом:

$$p_1 + p_2 = 1600 \text{ Па} + 2000 \text{ Па} = 3600 \text{ Па}$$

Знайдемо різницю тисків, між тиском масла та води і тиском  $p$  на глибині  $h'$ :

$\Delta p = p - (p_1 + p_2) = 7,9 \cdot 10^3 \text{ Па} - 3600 \text{ Па} = 4300 \text{ Па}$  – це тиск, який чинить ртуть висотою  $h'$ .

Знайдемо  $h'$ :

$$h' = \frac{\Delta p}{\rho_3 g} = \frac{4300 \text{ Па}}{13600 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ Н/кг}}$$

$$h = h_1 + h_2 + h' = 0,2 \text{ м} + 0,2 \text{ м} + 0,0316 \text{ м} = 41,16 \text{ м}$$

Відповідь:  $h = 41,16 \text{ м}$

## Задача 5.

Дано:

$$k=2, D_1=20 \text{ днтр}$$

$k_c$  - ?

## Розв'язання

Лупа – короткофокусна лінза.

Предмет розташовують між фокусом і лінзою.

Око розташовується у безпосередній близькості до лупи, або на безкінечно великій відстані. Зображення утворюється на сітківці.

Збільшення лінзи:

$$k = \frac{f}{d}$$

$f$  – відстань до зображення, що дорівнює відстані найкращого бачення,  $f=0,25 \text{ м}$ .

Відстань до зображення предмета – фокусна відстань лупи:

$$k = \frac{f}{d} = \frac{0,25}{F}$$

$$F = \frac{0,25}{k}$$

$$D_{\text{л}} = \frac{k}{0,25} = \frac{2}{0,25} = 8 \text{ днтр}$$

$$D_c = D_1 + D_{\text{л}} = \frac{k_c}{0,25}$$

$$k_c = 0,25(D_1 + D_{\text{л}})$$

$$k_c = 0,25 \text{ м} \cdot (8 \text{ днтр} + 20 \text{ днтр}) = 1$$

Відповідь:  $k_c = 1$

## 9 клас

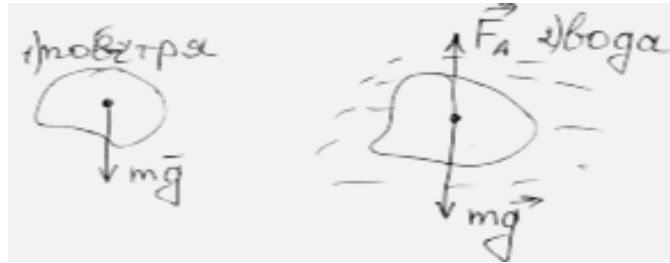
## Задача 1.

Дано:

$$\frac{P_{\text{п}}}{P_{\text{в}}}=1,4, \rho_{\text{ск}}=2,5 \text{ г/см}^3, \rho_{\text{а}}=3,5 \text{ г/см}^3, \rho_{\text{в}}=1 \text{ г/см}^3$$

$$\rho - ?$$

Розв'язання



$$P_{\text{п}} = F_{\text{т}} = mg = \rho Vg - \text{вага в повітрі}$$

$$P_{\text{в}} = F_{\text{т}} - F_{\text{А}} = mg - \rho_{\text{в}}gV = \rho Vg - \rho_{\text{в}}gV = Vg(\rho - \rho_{\text{в}}) - \text{вага в воді}$$

За умовою  $\frac{P_{\text{п}}}{P_{\text{в}}} = 1,4$ , тому:

$$\frac{P_{\text{п}}}{P_{\text{в}}} = \frac{\rho Vg}{Vg(\rho - \rho_{\text{в}})} = \frac{\rho}{\rho - \rho_{\text{в}}}$$

$$\rho = 1,4(\rho - \rho_{\text{в}})$$

$$\rho = 1,4\rho - 1,4\rho_{\text{в}}$$

$$0,4\rho = 1,4\rho_{\text{в}}$$

$$\rho = \frac{1,4\rho_{\text{в}}}{0,4}$$

$$\rho = \frac{1,4 \cdot 1 \text{ г/см}^3}{0,4} = 3,5 \text{ г/см}^3$$

Відповідь: алмаз

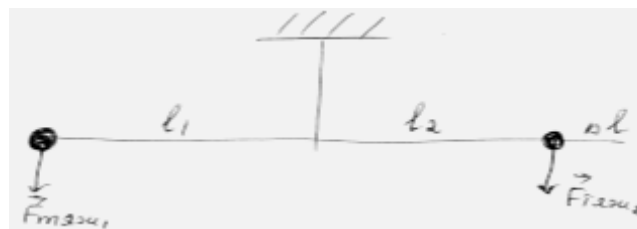
## Задача 3.

Дано:

$$l=20 \text{ см}, \rho_1=2 \text{ г/см}^3, \Delta l=3 \text{ см}$$

$$\rho - ?$$

Розв'язання

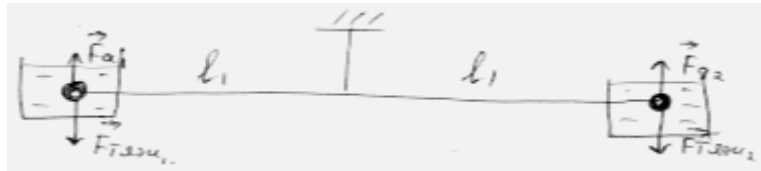


Запишемо умову рівноваги стержня для першого випадку, коли намистини знаходяться в повітрі:

$$\rho_1 V_1 g l_1 = \rho_2 V_2 g l_2$$

$$\rho_1 V_1 l_1 = \rho_2 V_2 l_2 \quad (1)$$

$$\text{де } l_1 = \frac{l}{2} = 10 \text{ см}, l_2 = \frac{l}{2} - \Delta l = 7 \text{ см}$$



Запишемо умову рівноваги важеля (стержня) для випадку, коли намистини знаходяться у воді:

$$\begin{aligned}\rho_1 V_1 g l_1 - \rho_B V_1 g l_1 &= \rho_2 V_2 g l_2 - \rho_B V_2 g l_2 \\ \rho_1 V_1 - \rho_B V_1 &= \rho_2 V_2 - \rho_B V_2 \\ V_1(\rho_1 - \rho_B) &= V_2(\rho_2 - \rho_B) \quad (2)\end{aligned}$$

Поділимо (1) і (2):

$$\begin{aligned}\frac{\rho_1 l_1}{\rho_1 - \rho_B} &= \frac{\rho_2 l_2}{\rho_2 - \rho_B} \\ \rho_1 l_1 \rho_2 - \rho_1 l_1 \rho_B &= \rho_2 l_2 \rho_1 - \rho_2 l_2 \rho_B \\ \rho_2(\rho_1 l_1 - l_2 \rho_1 + l_2 \rho_B) &= \rho_1 l_1 \rho_B \\ \rho_2 &= \frac{\rho_1 l_1 \rho_B}{\rho_1 l_1 - l_2 \rho_1 + l_2 \rho_B} \\ \rho_2 &= \frac{2 \text{ г/см}^3 \cdot 10 \text{ см} \cdot 1 \text{ г/см}^3}{2 \text{ г/см}^3 \cdot 10 \text{ см} - 2 \text{ г/см}^3 \cdot 7 \text{ см} + 1 \text{ г/см}^3 \cdot 7 \text{ см}} = \frac{20}{13} \text{ г/см}^3 = 1,54 \text{ г/см}^3\end{aligned}$$

Відповідь:  $\rho_2 = 1,54 \text{ г/см}^3$

#### Задача 4.

Дано:

$$m_1 = 150 \text{ г} = 0,15 \text{ кг}, m_2 = 300 \text{ г} = 0,3 \text{ кг}, c_1 = 380 \text{ Дж/кг}^\circ\text{С}, c_2 = 920 \text{ Дж/кг}^\circ\text{С}$$

$c_{\text{сум}}$  - ?

Розв'язання

$$\begin{aligned}c_{\text{сум}} &= \frac{Q}{m \Delta t} = \frac{Q_1 + Q_2}{(m_1 + m_2) \Delta t} \\ Q_1 &= c_1 m_1 \Delta t \\ Q_2 &= c_2 m_2 \Delta t \\ c_{\text{сум}} &= \frac{c_1 m_1 \Delta t + c_2 m_2 \Delta t}{(m_1 + m_2) \Delta t} = \frac{(c_1 m_1 + c_2 m_2) \Delta t}{(m_1 + m_2) \Delta t} = \frac{c_1 m_1 + c_2 m_2}{m_1 + m_2} \\ c_{\text{сум}} &= \frac{380 \text{ Дж/кг}^\circ\text{С} \cdot 0,15 \text{ кг} + 920 \text{ Дж/кг}^\circ\text{С} \cdot 0,3 \text{ кг}}{0,15 \text{ кг} + 0,3 \text{ кг}} = 740 \text{ Дж/кг}^\circ\text{С}\end{aligned}$$

Відповідь:  $c_{\text{сум}} = 740 \text{ Дж/кг}^\circ\text{С}$

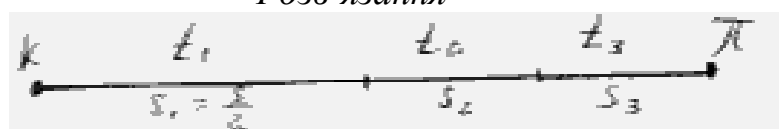
#### Задача 5.

Дано:

$$v_1 = 2,4 \text{ км/год}, v_2 = 5 \text{ км/год}, S_1 = S/2$$

$v_{\text{ср}}$  - ?

Розв'язання



$$v_{cp} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

$$t_1 = \frac{S}{2v_1}; t_2 = \frac{S_2}{v_2}; t_3 = \frac{S_2}{v_{cp}}$$

$$S_1 = S_2 + S_3 = \frac{S}{2}$$

$$S_2 = \frac{S}{2} = S_3$$

$$\frac{t_1}{S} = \frac{t_2}{S_3}$$

$$\frac{S}{2v_1} = \frac{S_2}{v_{cp}}$$

$$S_3 = \frac{S_2 v_{cp}}{v_2}$$

$$\frac{S}{2} - S_2 = \frac{S_2 v_{cp}}{v_2}$$

$$\frac{S}{2} = \frac{S_2 v_{cp}}{v_2} + S_2 = S_2 \left(1 + \frac{v_{cp}}{v_2}\right)$$

$$S_2 = \frac{S}{2 \left(\frac{v_2 + v_{cp}}{v_2}\right)} = \frac{S v_2}{2(v_2 + v_{cp})}$$

$$S_3 = \frac{S v_2 + v_{cp}}{2v_2(v_2 + v_{cp})} = \frac{S v_{cp}}{2(v_2 + v_{cp})}$$

$$v_{cp} = \frac{\frac{S}{2v_1} + \frac{S v_2}{2v_2(v_2 + v_{cp})} + \frac{S v_{cp}}{2v_{cp}(v_2 + v_{cp})}}{\frac{S}{2v_1} + \frac{S v_2}{2v_2(v_2 + v_{cp})} + \frac{S v_{cp}}{2v_{cp}(v_2 + v_{cp})}} = \frac{2v_1(v_2 + v_{cp})}{v_{cp} + v_2 + 2v_1}$$

$$v_{cp} + v_{cp}v_2 + 2v_{cp}v_1 = 2v_{cp}v_1 + 2v_1v_2$$

$$v_{cp}^2 + v_{cp}(v_2 + 2v_1 - 2v_1) - 2v_1v_2 = 0$$

$$v_{cp}^2 + v_{cp}v_2 - 2v_1v_2 = 0$$

$$D = v_{cp}^2 + L \cdot 2v_1v_2 = v_2 + 2v_1v_2$$

$$v_{cp} = \frac{-v_2 \pm \sqrt{v_2 + 8v_1v_2}}{2}$$

$$v_{cp} = \frac{-5 \frac{\text{км}}{\text{год}} + \sqrt{5 \frac{\text{км}}{\text{год}} + 82,4 \frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot 5 \frac{\text{км}}{\text{год}}}}{2} = \frac{-5 + 11 \frac{\text{км}}{\text{год}}}{2} = 3 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

$$v_{cp} = \frac{-5 - 11 \frac{\text{км}}{\text{год}}}{2} = -8 \frac{\text{км}}{\text{год}} \text{ (не задовільняє умову задачі)}$$

Відповідь:  $v_{cp} = 3 \frac{\text{км}}{\text{год}}$

10 клас

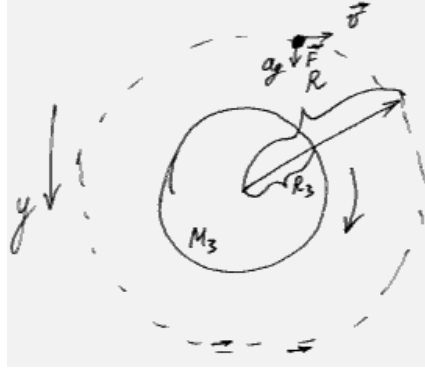
**Задача 1.**

Дано:

$$R_3 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}, M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}, T = 24 \text{ год} = 86400 \text{ с}$$

$R$  - ?

Розв'язання



Запишемо II закон Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$OY: F = ma_d$$

Згідно закону Всесвітнього тяжіння:

$$F = \frac{GMm}{R^2}$$

$$\frac{GMm}{R^2} = ma_d$$

Величину доцентрового прискорення визначимо:

$$a_d = \frac{v^2}{R}$$

де  $R$  – радіус орбіти.

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$v^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$$

тоді

$$\frac{GM}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$$

Звідки:

$$R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot \frac{10^{-11} \text{ Нм}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг} \cdot (86400)^2 \text{ с}^2}{4(3,14)^2}} = 42,3 \cdot 10^6 \text{ м}$$

Відповідь:  $R = 42,3 \cdot 10^6 \text{ м}$

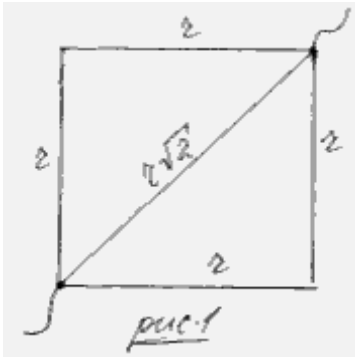


**Задача 2.**

Дано:

 $\rho, l, S$  $R - ?$ 

Розв'язання

**Випадок 1** $a$  – сторона квадрата, $r$  – опір сторони квадрата.

$$l = 4a + a\sqrt{2}$$

$$a = \frac{l}{4 + \sqrt{2}} \quad (1)$$

$$r = \frac{\rho a}{S} \quad (2)$$

(1) підставимо в (2)

$$r = \frac{\rho l}{S(4 + \sqrt{2})} \quad (3)$$

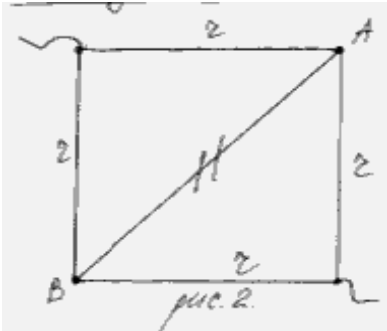
Опір зображений на рис.1 схеми:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{r\sqrt{2}} = \frac{4 + \sqrt{2}}{2r}$$

$$R = \frac{2}{2 + \sqrt{2}} r \quad (4)$$

(3) підставимо в (4)

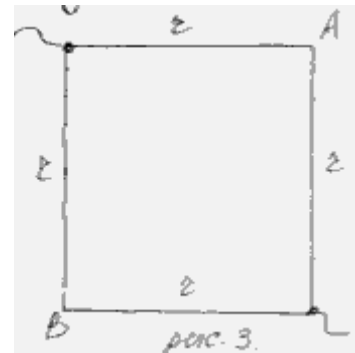
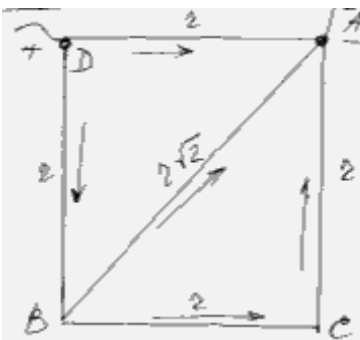
$$R = \frac{2\rho l}{S(2 + \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} = \frac{\rho l}{S(5 + 3\sqrt{2})}$$

**Випадок 2**

З міркувань симетрії потенціали точок  $A$  і  $B$  однакові, тому струм по діагоналі  $AB$  не тече, отже, провідник  $AB$  можна вилучити з кола (рис. 3)

Опір кола тоді дорівнює:

$$R = r = \frac{\rho l}{S(4 + \sqrt{2})}$$

**Випадок 3**Знайдемо опір кола, виразивши його через  $r$ :Ділянки  $AC$  і  $BC$  – з'єднані паралельно, тоді

$$r_x = \frac{2r}{1 + \sqrt{2}}$$

 $DB$  з  $r_x$  з'єднані послідовно, тоді

$$r_y = r + \frac{2r}{1 + \sqrt{2}} = \frac{r(3 + \sqrt{2})}{1 + \sqrt{2}}$$

Ділянка  $DA$  і  $r_y$  з'єднані паралельно тому

$$R = \frac{r(3 + \sqrt{2})}{2(2 + \sqrt{2})} \quad (5)$$

(3) підставимо в (5)

$$R = \frac{(3 + \sqrt{2})\rho l}{2S(2 + \sqrt{2})(4 + \sqrt{2})}$$

Відповідь:  $R = \frac{\rho l}{s(5+3\sqrt{2})}$ ,  $R = \frac{\rho l}{s(4+\sqrt{2})}$ ,  $R = \frac{(3+\sqrt{2})\rho l}{2S(2+\sqrt{2})(4+\sqrt{2})}$

### Задача 3.

Дано:

$$h=20 \text{ м}, g=9,8 \text{ м/с}^2$$

$v$  - ?



#### Розв'язання

Нехай балкон знаходиться на висоті  $h$  (т. А), а максимальна висота підняття м'яча  $h_1$  (т. С).

Увесь шлях пройдений м'ячем  $S = 2h_1 - h$ . Тоді

$$h_2 = \frac{S}{2} = h_1 - \frac{h}{2} \text{ (т. В)}$$

Розглянемо рух м'яча з т. С в т. В як рівноприскорений без початкової швидкості.

$$h_1 - h_2 = \frac{v^2}{2g}$$

Врахувавши, що  $h_1 - h_2 = \frac{h}{2}$ , отримаємо

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{h}{2}$$

$$v = \sqrt{gh} = \sqrt{9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 20 \text{ м}} = 14 \text{ м/с}$$

Відповідь:  $v = 14 \text{ м/с}$

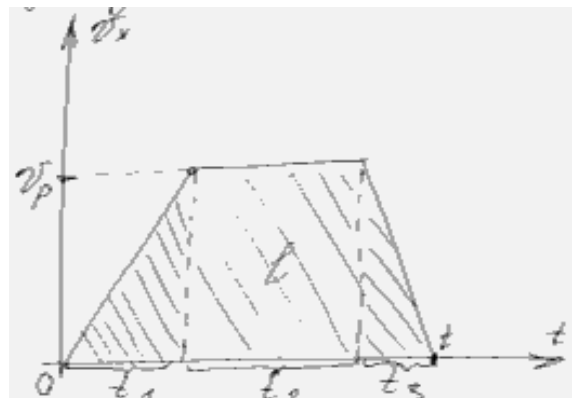
### Задача 4.

Дано:

$$S=400 \text{ м}, v_p=36 \text{ км/год}=10 \text{ м/с}, t=1 \text{ хв}=60 \text{ с}$$

$l$  - ?

#### Розв'язання



$$t = t_1 + t_2 + t_3$$

Весь шлях чисельно дорівнює площі заштрихованої фігури (трапеції)

$$S = \frac{t + t_2}{2} v_p$$

$$t_2 = \frac{2S}{v_p} - t$$

Шлях рівномірного руху

$$l = v_p t_2$$

$$l = v_p \left( \frac{2S}{v_p} - t \right) = 2S - v_p t$$

$$l = 2S - v_p t = 2 \cdot 400 \text{ м} - 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 60 \text{ с} = 200 \text{ м}$$

Відповідь:  $l = 200 \text{ м}$

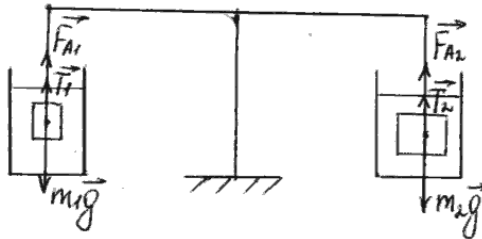
### Задача 5.

Дано:

$$m_1 = m_2, V_1, V_2, \rho_{\text{ол}} = 900 \text{ кг/м}^3, \rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$\rho_2 / \rho_1 - ?$

Розв'язання



Оскільки після занурення тіл у рідині рівновага збереглася, то ваги тіл, а отже і сили реакції підвісів однакові. Так як сили тяжіння і сили натягу підвісів рівні, тоді виштовхувальна сила рівна  $F_{A1} = F_{A2}$  (1), тоді за законом Архімеда  $F_A = \rho g V$ . Тобто:

$$F_{A1} = \rho_{\text{в}} g V_1 \quad (2)$$

$$F_{A2} = \rho_{\text{ол}} g V_2 \quad (3)$$

Оскільки

$$V = \frac{m}{\rho}$$

Тоді

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} \quad (5)$$

$$V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} \quad (6)$$

Підставимо (2) і (3) в (1):

$$\rho_{\text{в}} g V_1 = \rho_{\text{ол}} g V_2 \quad (7)$$

Підставимо (2) і (3) в (1):

$$\rho_{\text{в}} g \frac{m_1}{\rho_1} = \rho_{\text{ол}} g \frac{m_2}{\rho_2}$$

$$\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_1} = \frac{\rho_{\text{ол}}}{\rho_2}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\rho_{\text{ол}}}{\rho_{\text{в}}}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\rho_{\text{ол}}}{\rho_{\text{в}}}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{900 \text{ кг/м}^3}{1000 \text{ кг/м}^3} = 0,9$$

Відповідь: густини тягарців відрізняються у 0,9 разів

**11 клас**

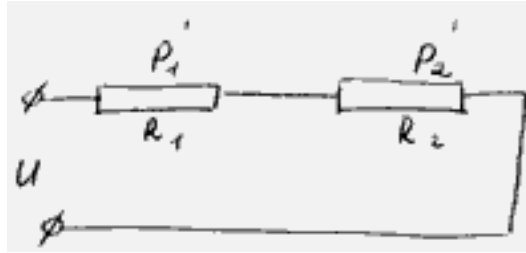
**Задача 1.**

Дано:

$$P_1 = P_2 = 100 \text{ Вт}, P_1' = 200 \text{ Вт}, P_2' = 50 \text{ Вт}$$

R - ?

Розв'язання



$$R_1 = \frac{U^2}{P_1'}, R_2 = \frac{U^2}{P_2'}$$

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

$$I = \frac{U^2}{\frac{U^2}{P_1'} + \frac{U^2}{P_2'}}$$

При послідовному з'єднанні на першій лампочці буде виділятися потужність  $P_1'$ , на другій -  $P_2'$ .

Тоді

$$\begin{cases} P_1'' = I^2 R_1 \\ P_2'' = I^2 R_2 \end{cases}$$

$$\frac{P_1''}{P_2''} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{P_1''}{P_2''} = \frac{U^2}{P_1'} \cdot \frac{P_2'}{U^2}$$

$$\frac{P_1''}{P_2''} = \frac{P_2'}{P_1'}$$

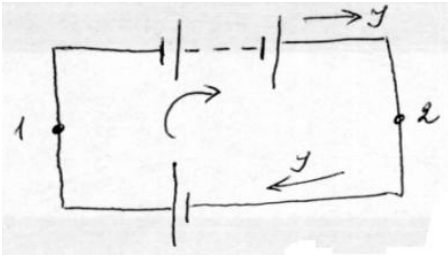
$$\frac{P_1''}{P_2''} = \frac{50 \text{ Вт}}{200 \text{ Вт}} = \frac{1}{4}$$

Відповідь: на другій лампочці ( $P_2' = 50 \text{ Вт}$ ) буде виділятися в 4 рази більша потужність ніж на першій. Святослав використовує гроші Сергія.

**Задача 2.**

Розв'язання

Випадок 1



За правилами Кірхгофа врахувавши, що  $n$  – кількість гальванічних елементів з однаковими  $\mathcal{E}$ , маємо загальну ЕРС:

$$n\mathcal{E} = Irn,$$

де при послідовному з'єднанні загальний опір елементів з однаковими опороми буде  $rn$ .

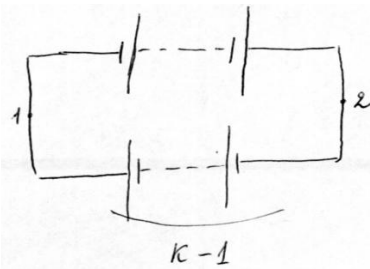
Отже:

$$I = \frac{n\mathcal{E}}{rn} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

Розглянемо напругу між точками 1 і 2. Спад напруги маємо:

$$U_{1,2} = \mathcal{E} - Ir = \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{r}r = 0$$

### Випадок 2



$$U_{1,2} = (k-1)\mathcal{E} - I(k-1)r = k\mathcal{E} - \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{r}rk + \frac{\mathcal{E}}{r}r = 0$$

### Задача 3.

Дано:

$$h=20 \text{ м}, v_0=5 \text{ м/с}, m=100 \text{ г}=0,1 \text{ кг}, t=3,2 \text{ с}, g=9,8 \text{ м/с}^2$$

$F$  - ?

Розв'язання

З II закону Ньютона в імпульсній формі маємо:

$$F\Delta t = \Delta p$$

$$F = \frac{m\Delta v}{\Delta t} \quad (1)$$

$\Delta t$  – тривалість удару камінця об карниз;

$\Delta p = m\Delta v$  - зміна імпульсу камінця.

Швидкість камінця після удару рівна 0, тому треба знайти швидкість камінця на висоті  $h$  до удару.

$$h = \frac{v^2 - v_0^2}{-2g}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} \quad (2)$$

$$\Delta v = v - 0 = \sqrt{v_0^2 - 2gh} \approx 15,26 \text{ м/с}$$

Тривалість удару:

$$\Delta t = t - (t_{\text{під}} + t_{\text{пад}}) \quad (3)$$

$$t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2,02 \text{ с} \quad (4)$$

$$v = v_0 - gt_{\text{під}}$$

$$t_{\text{під}} = \frac{v-v_0}{-g} = \frac{\sqrt{v_0^2 - 2gh} - v_0}{-g} = 0,99 \text{ c} \quad (5)$$

$$F = \frac{m\sqrt{v_0^2 - 2gh}}{t - \left(\frac{\sqrt{v_0^2 - 2gh} - v_0}{-g} + \sqrt{\frac{2h}{g}}\right)} \approx 8 \text{ Н}$$

Відповідь:  $F \approx 8 \text{ Н}$

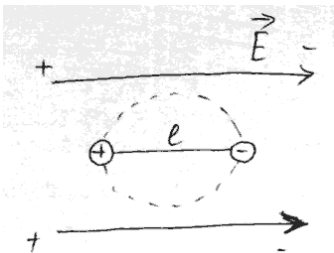
#### Задача 4.

Дано:

$$\alpha = 180^\circ, l, q, E$$

$A$  - ?

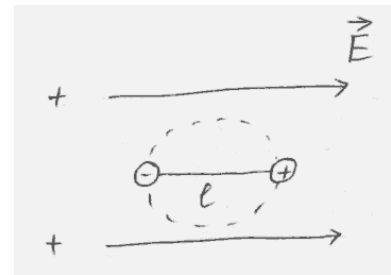
#### Розв'язання



В даному випадку роботу виконує електричне поле, тому стержень достатньо лише вивести з положення рівноваги для подальшого повороту.

В цьому випадку робота виконується проти електричного поля (зовнішніми силами). Так як робота не залежить від виду траєкторії та заряди однакові то:

$$A = 2qEl$$



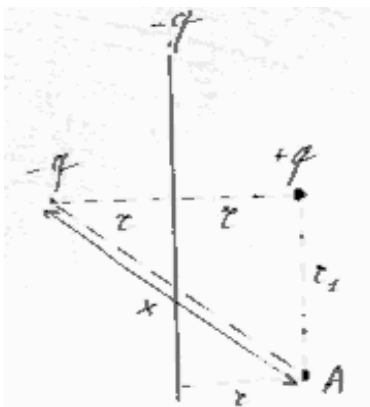
#### Задача 5.

Дано:

$$r = 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м}, r_1 = 3 \text{ см} = 0,03 \text{ м}, q = 1 \text{ нКл} = 10^{-9} \text{ Кл}, k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$$

$\varphi_A$  - ?

#### Розв'язання



$$\varphi_A = \varphi_1 + \varphi_2$$

$$\varphi_1 = k \frac{+q}{r_1}$$

$$\varphi_2 = k \frac{-q}{x}$$

$$x = \sqrt{(2r)^2 + r_1^2}$$

$$\varphi_A = k \frac{+q}{r_1} + k \frac{-q}{\sqrt{(2r)^2 + r_1^2}}$$

$$\varphi_A = 9 \cdot \frac{10^9 \text{ м}}{\frac{10^{-9} \text{ Кл}}{0,03 \text{ м}}} + 9 \cdot \frac{10^9 \text{ м}}{\frac{-10^{-9} \text{ Кл}}{\sqrt{(2 \cdot 0,02 \text{ м})^2 + (0,03 \text{ м})^2}}} = 120 \text{ В}$$

Відповідь:  $\varphi_A = 120 \text{ В}$